

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**  
**К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ОБУЧАЮЩИХСЯ**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**ОУД.04 «МАТЕМАТИКА»**  
для специальности  
*40.02.04 ЮРИСПРУДЕНЦИЯ*

РАССМОТРЕНО  
на заседании П(Ц)К общеобразовательных,  
гуманитарных и естественнонаучных  
дисциплин

Протокол № 6 «4» сентября 2024 г.

Председатель П(Ц)К общеобразовательных,  
гуманитарных и естественнонаучных  
дисциплин

  
Г.П. Трушникова

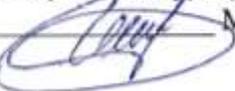
ОДОБРЕНО  
методическим советом ГБПОУ ДТТТ им.  
П.И. Сюзева

Протокол № 5 от «11» марта 2024 г.

Методист

  
О.Ю. Харламова

Заведующий структурного подразделения

  
М.К. Рябкова

**Составитель:** Трушникова Галина Петровна, преподаватель ГБПОУ «Добрянский гуманитарно-технологический техникум им. П.И. Сюзева»

**Рецензенты:**

**Внешние:**

## Содержание

Пояснительная записка.....	5
Практическая работа № 1	
<i>Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения</i> .....	6
Практическая работа № 2	
<i>Простые проценты, разные способы их вычисления</i> .....	9
Практическая работа № 3	
<i>Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства</i> .....	10
Практическая работа № 4	
<i>Простые и сложные проценты</i> .....	10
Практическая работа № 5	
<i>Процентные вычисления в профессиональных задачах</i> .....	12
Практическая работа № 6	
<i>Контрольная работа по теме «Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости»</i> .....	12
Практическая работа № 7	
<i>Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Основные пространственные фигуры</i> .....	13
Практическая работа № 8	
<i>Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда</i> .....	14
Практическая работа № 9	
<i>Построение сечений. Решение задач</i> .....	14
Практическая работа № 10	
<i>Признак перпендикулярности прямой и плоскости</i> .....	15
Практическая работа № 11	
<i>Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости. Расстояния в пространстве</i> .....	15
Практическая работа № 12	
<i>Скалярное произведение векторов. Простейшие задачи в координатах</i> .....	15
Практическая работа № 13	
<i>Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей</i> .....	16
Практическая работа № 14	
<i>Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире (природе, архитектуре, технике)</i> .....	16
Практическая работа № 15	
<i>Решение практико-ориентированных задач</i> .....	17
Практическая работа № 16	
<i>Контрольная работа по теме «Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора»</i> .....	17
Практическая работа № 17	
<i>Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла</i> .....	18
Практическая работа № 18	
<i>Преобразование простейших тригонометрических выражений</i> .....	19
Практическая работа № 19	
<i>Преобразование графиков тригонометрических функций</i> .....	21
Практическая работа № 20	
<i>Обратные тригонометрические функции</i> .....	21
Практическая работа № 21	

<i>Решение тригонометрических уравнений основных типов: простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные.</i> .....	22
Практическая работа № 22	
<i>Простейшие тригонометрические неравенства</i> .....	22
Практическая работа № 23	
<i>Определение производной. Алгоритм отыскания производной</i> .....	22
Практическая работа № 24	
<i>Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования</i> .....	23
Практическая работа № 25	
<i>Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования</i> .....	27
Практическая работа № 26	
<i>Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке</i> .....	30
Практическая работа № 27	
<i>Алгоритм решения неравенств методом интервалов</i> .....	31
Практическая работа № 28	
<i>Алгоритм решения неравенств методом интервалов</i> .....	31
Практическая работа № 29	
<i>Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции <math>y=f(x)</math></i> .....	32
Практическая работа № 30	
<i>Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной</i> .....	32
Практическая работа № 31	
<i>Исследование функции на монотонность и построение графиков</i> .....	37
Практическая работа № 32	
<i>Исследование функции на монотонность и построение графиков</i> .....	40
Практическая работа № 33	
<i>Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции</i> .....	40
Практическая работа № 34	
<i>Наибольшее и наименьшее значения функции</i> .....	40
Практическая работа № 35	
<i>Наибольшее и наименьшее значения функции</i> .....	41
Практическая работа № 36	
<i>Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах</i> .....	41
Практическая работа № 37	
<i>Изучение правила вычисления первообразной</i> .....	42
Практическая работа № 38	
<i>Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей</i> .....	44
Практическая работа № 39	
<i>Контрольная работа по теме «Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции. Вычисление первообразной. Применение первообразной»</i> .....	44
Практическая работа № 40	
<i>Куб. Пирамида и её элементы.</i> .....	45
Практическая работа № 41	
<i>Правильная пирамида</i> .....	45
Практическая работа № 42	
<i>Вычисление элементов пространственных фигур (рёбра, диагонали, углы). Правильные многогранники</i> .....	45
Практическая работа № 43	
<i>Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости. Представление об усечённом конусе</i> .....	46
Практическая работа № 44	

<i>Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развёртка цилиндра и конуса</i> .....	46
Практическая работа № 45	
<i>Объём прямоугольного параллелепипеда. Объём куба</i> .....	47
Практическая работа № 46	
<i>Объёмы прямой призмы и цилиндра</i> .....	49
Практическая работа № 47	
<i>Объём пирамиды и конуса</i> .....	50
Практическая работа № 48	
<i>Объём шара</i> .....	51
Практическая работа № 49	
<i>Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная)</i> .....	51
Практическая работа № 50	
<i>Обобщение представлений о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр). Примеры симметрий в профессии</i> .....	51
Практическая работа № 51	
<i>Контрольная работа по теме: «Объёмы и площади поверхности многогранников и тел вращения»</i> .....	52
Практическая работа № 52	
<i>Преобразование иррациональных выражений</i> .....	55
Практическая работа № 53	
<i>Понятие степени с рациональным показателем</i> .....	55
Практическая работа № 54	
<i>Степенные функции, их свойства и графики</i> .....	56
Практическая работа № 55	
<i>Решение иррациональных уравнений</i> .....	56
Практическая работа № 56	
<i>Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом</i> .....	57
Практическая работа № 57	
<i>Решение показательных неравенств</i> .....	58
Практическая работа № 58	
<i>Свойства логарифмов</i> .....	58
Практическая работа № 59	
<i>Применение логарифма</i> .....	61
Практическая работа № 60	
<i>Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства</i> .....	61
Практическая работа № 61	
<i>Относительная частота события, свойство ее устойчивости</i> .....	61
Практическая работа № 62	
<i>Относительная частота события, свойство ее устойчивости</i> .....	63
Практическая работа № 63	
<i>Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события</i> .....	64
Практическая работа № 64	
<i>Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события</i> .....	64
Практическая работа № 65	
<i>Работа с графиками, таблицами, диаграммами</i> .....	65
Список литературы.....	66.

### Пояснительная записка

Методические рекомендации к выполнению практических работ по дисциплине ОУД 04 «Математика» предназначены для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, а также для применения этих знаний при выполнении практических работ.

Перечень практических работ соответствует рабочей программе по дисциплине «Математика»

Выполнение студентами практических работ по дисциплине проводится с целью:

- закрепления полученных теоретических знаний по дисциплине;
- углубления теоретических знаний в соответствии с заданной темой;
- формирования умений решать практические задачи;
- развития самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования активных умственных действий студентов, связанных с поисками рациональных способов выполнения заданий;
- подготовки к экзамену.

Методические рекомендации выполняют функцию управления самостоятельной работой студента, поэтому каждое занятие имеет унифицированную структуру, включающую определение целей занятия, оснащения занятия, порядок выполнения работы, а также задания и контрольные вопросы для закрепления темы.

При выполнении практических работ основным методом обучения является самостоятельная работа студентов под руководством преподавателя.

Студенты на практических занятиях в зависимости от формы и сложности заданий работают:

- индивидуально;
- в парах;
- в группах (4-6 чел.);
- всей группой.

По окончании работы студенты самостоятельно или с помощью преподавателя осуществляют взаимоконтроль, обсуждают результаты и подводят итоги работы.

Оценка преподавателем выполненной студентом работы осуществляется комплексно:

- по результатам выполнения заданий;
- по устной работе;
- оформлению работы.

#### Указания к выполнению практических работ

1. Практические работы нужно выполнять в отдельной тетради в клетку. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Организация выполнения и контроля практических работ по дисциплине «Математика» является подготовительным этапом к сдаче экзамена по данной дисциплине.

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

**Тема: Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.**

**Цели:**

- повторить основные правила действий над положительными и отрицательными числами;
- повторить основные правила действий над дробями;
- повторить правила действий над степенями.

**Оснащение занятия:** конспект лекций.

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы  
оценка «4» ставится за верное выполнение любых 24 заданий работы  
оценка «3» ставится за выполнение любых 20 заданий работы

**Порядок выполнения работы**

**Задание 1.**

1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме
2. Решить предложенные примеры

**- Теоретические сведения по теме:**

**Сложение:**

1) при сложении двух чисел с одинаковыми знаками складываются их абсолютные величины и перед суммой ставится общий знак.

Примеры:  $(+6) + (+5) = 11$  ;  
 $(-6) + (-5) = -11$  .

2) при сложении двух чисел с разными знаками их абсолютные величины вычитаются (из большей меньшая) и ставится знак числа с большей абсолютной величиной.

Примеры:  $(-6) + (+9) = 3$  ;  
 $(-6) + (+3) = -3$  .

**Вычитание.** Можно заменить вычитание двух чисел сложением, при этом уменьшаемое сохраняет свой знак, а вычитаемое берётся с обратным знаком.

Примеры:  $(+8) - (+5) = (+8) + (-5) = 3$  ;  
 $(+8) - (-5) = (+8) + (+5) = 13$  ;  
 $(-8) - (-5) = (-8) + (+5) = -3$  ;  
 $(-8) - (+5) = (-8) + (-5) = -13$  ;

**Умножение.** При умножении двух чисел их абсолютные величины умножаются, а произведение принимает знак «+», если знаки сомножителей одинаковы, и знак «-», если знаки сомножителей разные.

Полезна следующая схема (правила знаков при умножении):

$$\begin{array}{l} + \cdot + = + \\ + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \\ - \cdot - = + \end{array}$$

При умножении нескольких чисел (двух и более) произведение имеет знак «+», если число отрицательных сомножителей чётно, и знак «-», если их число нечётно.

$$\left(+\frac{2}{3}\right) \cdot (+3) \cdot (-4) \cdot (-6) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -12$$

Пример:

**Деление.** При делении двух чисел абсолютная величина делимого делится на абсолютную величину делителя, а частное принимает знак «+», если знаки делимого и делителя одинаковы, и знак «-», если знаки делимого и делителя разные. Здесь действуют те же правила знаков, что и при умножении:

$$\begin{array}{l} + : + = + \\ + : - = - \\ - : + = - \\ - : - = + \end{array}$$

Пример:  $(-12) : (+4) = -3$ .

**Сокращение дроби.** Значение дроби не меняется, если разделить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля. Это преобразование называется сокращением дроби. Например,

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \cdot \cancel{9}}{3 \cdot \cancel{9}} = \frac{2}{3}; \quad \frac{21}{28} = \frac{3 \cdot \cancel{7}}{4 \cdot \cancel{7}} = \frac{3}{4}.$$

**Сложение и вычитание дробей.** Если знаменатели дробей одинаковы, то для того, чтобы сложить дроби, надо сложить их числители, а для того, чтобы вычесть дроби, надо вычесть их числители (в том же порядке). Полученная сумма или разность будет числителем результата; знаменатель останется тем же. Если знаменатели дробей различны, необходимо сначала привести дроби к общему знаменателю. При сложении смешанных чисел их целые и дробные части складываются отдельно. При вычитании смешанных чисел рекомендуется сначала преобразовать их к виду неправильных дробей, затем вычесть из одной другую.

$$\frac{1}{7} - \frac{2}{4} = \frac{29}{4} - \frac{14}{3} = \frac{87}{12} - \frac{56}{12} = \frac{31}{12} = 2 \frac{7}{12}.$$

Пример.

**Умножение дробей.** Умножить некоторое число на дробь означает умножить его на числитель и разделить произведение на знаменатель. Следовательно, мы имеем общее правило умножения дробей: для перемножения дробей необходимо перемножить отдельно их числители и знаменатели и разделить первое произведение на второе.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 2} = \frac{10}{10} = 1.$$

Пример.  $7 \cdot \frac{9}{7} = \frac{7 \cdot 9}{63} = 9$ .

**Деление дробей.** Для того, чтобы разделить некоторое число на дробь, необходимо умножить это число на обратную дробь.

**Примеры для самостоятельного решения по теме «Действия над числами и дробями»**

Вычислите:

1)  $4,57 \cdot 96$

2)  $1591 : 37$

3)  $1 - \frac{47}{63}$

4)  $30 - 13 \frac{6}{7}$

5)  $\frac{18}{35} \cdot \frac{15}{22}$

6)  $\frac{6}{7} : \frac{2}{3}$

7)  $14 \cdot \frac{1}{4}$

8)  $\frac{8}{13} : 2$

9)  $13 - 16 + 25 - 19$

10)  $(-3)^2 + 6 \cdot (-1)^3 - (-2)^3$

11)  $1 - (-\frac{4}{5})^2$

12)  $1 - (-0,6)^2$

13)  $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

14)  $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$

15)  $6,38 \cdot 49$

16)  $5488 : 98$

17)  $1 - \frac{57}{72}$

18)  $10 - 8 \frac{6}{7}$

19)  $\frac{14}{25} \cdot \frac{15}{42}$

20)  $\frac{11}{24} : \frac{1}{6}$

21)  $12 \cdot \frac{5}{6}$

22)  $\frac{16}{19} : 8$

23)  $16 - 17 + 22 - 13$

24)  $(-2)^2 + 6 \cdot (-1)^7 - (-3)^3$

25)  $1 - (-0,4)^2$

26)  $1 - (-\frac{7}{8})^2$

27)  $\frac{5}{6} + \frac{2}{9}$

28)  $\frac{7}{11} - \frac{4}{5}$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2**

**Тема: Простые проценты, разные способы их вычислений**

*Цель:*

- повторить понятие простых процентов и способы их вычислений;

*Оснащение занятия:* лекция

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Записать в тетрадь лекцию

В банковской системе очень часто используют другие формулы для вычисления процентов по вложениям.

На этом занятии рассмотрим формулу "простых процентов", а на следующем формулу "сложных процентов".

Итак, формула для расчета простых процентов:

$A = P \cdot (1 + IT)$ , где T-количество периодов;

I-процентная ставка;

P-вкладываемая сумма;

A-получаемая сумма.

**Задание 2.** Решить следующие задачи.

Задача1. Вкладчик вложил 100000 рублей при простой ставке 3% годовых. Расчитайте какая сумма будет на его лицевом счету через 5 лет; 8 лет; 10 лет.

Задача2. Дисконтировать 800 рублей за 8 месяцев при простой ставке 12% в год.

Задача3. За 4 месяца при простой ставке 9% в год на счету у вкладчика стало 500 тыс. руб. Сколько он вложил в банк?

Задача4. Через сколько лет сумма вклада вырастет с 8000 рублей до 20000 рублей при простой ставке 15% годовых?

Задача5. Для обучения в ВУЗе необходимо 100000 рублей. Родители Оксаны положили в банк 65000 рублей под 6% годовых (простая ставка процента). Будет ли у них необходимая сумма, если пока Оксана в первом классе( считать обучение в школе 10 лет)?

Задача6. Антон хочет вложить свои 50000 рублей, чтобы через 5 лет получить 70000 рублей. Банк с какой процентной ставкой ему необходимо выбрать?

Задача7. Какую сумму нужно вложить в банк, чтобы через 3 года на счету было 59000 рублей, если процентная ставка банка равна 0,5% в месяц?

Задача8. Через сколько лет сумма 50000 рублей удвоится при простой ставке процента 8% годовых?

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ  
Работу сдать после занятия

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

**Тема: Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства**

*Цели:*

- повторить основные правила решения разного вида уравнений и неравенств;
- 

*Оснащение занятия:* лекция

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Повторить основные виды уравнений и неравенств, способы их решения.

**Задание 2.** Решить уравнения и неравенства

1.  $4x^2 + 3x - 1 = 0$

2.  $x^2 - 9x + 8 = 0$

3.  $4x^2 + 90x = 0$

4.  $17x^2 - 8x = 0$

5.  $6x^2 - 54 = 0$

6.  $16x^2 - 25 = 0$

7.  $17x + 5 = 9x - 3$

8.  $11x - 3 = 14x + 9$

9.  $\frac{x}{3} = 2,5$

10.  $\frac{60}{x} = -4$

11.  $12(x+7) < 7 - (4 - 11x)$

12.  $x^2 - 7x + 10 > 0$

13.  $\frac{2c+1}{2} + \frac{1-c}{3} < 0.$

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.6

Решить 1.1; 1.2; 1.3

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

#### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

**Тема: Простые и сложные проценты**

*Цель:*

- повторить понятие сложных процентов и способы их вычислений;

*Оснащение занятия:* лекция

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Записать в тетрадь лекцию

Существует формула для начисления сложного процента:

$$S=A*(1+R)^T$$

A- СУММА ВКЛАДА;

R- СТАВКА ПРОЦЕНТА;

T- КОЛИЧЕСТВО ПЕРИОДОВ;

S- ПОЛУЧАЕМАЯ СУММА.

**Задание 2.** Решить задачи.

Задача1. Расчитать сумму вклада через 3 года при сложной процентной ставке 10% годовых, если было вложено 1000 рублей.

Задача2. С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 120000 рублей при первоначальном взносе 100000 рублей?

Задача3. Через сколько лет сумма вклада по сложной процентной ставке 8% годовых вырастет с 10000 рублей до 20000 рублей?

Задача4. За 5 лет при сложной процентной ставке 7% годовых на счету у вкладчика стало 2000 рублей. Сколько денег он вложил в банк?

Задача5. Для обучения в ВУЗе необходимо 100000 рублей. Родители Оксаны положили в банк 65000 рублей под 6% годовых (сложная процентная ставка). Будет ли у них необходимая сумма, если пока Оксана в первом классе (считать обучение в школе 10 лет)?

Задача6. Борис хочет вложить 50000 рублей на 5 лет, чтобы получить не меньше 75000 рублей. Один банк предлагает вложить деньги под 8% годовых, а другой - под 0,5% в месяц. Какому банку отдать предпочтение Борису?

Задача7. Какую сумму нужно вложить в банк, чтобы через 3 года на счету было 59550 рублей, если сложная процентная ставка банка равна 0,5% в месяц?

Задача8. Через сколько лет сумма 50000 рублей увеличится в 1,5 раза при сложной ставке процента 7% годовых?

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5**

### **Тема: Процентные вычисления в профессиональных задачах**

*Цели:*

- повторить основные правила решения задач с процентами

*Оснащение занятия:* задачник.

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.*

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия.

Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.10

Решить 1.12; 1.13; 1.14; 1.15

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6**

**Тема: Контрольная работа по теме «Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.**

### **Геометрия на плоскости»**

*Цели:*

- контроль знаний

*Оснащение занятия:* учебники.

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

#### Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

#### Условия выполнения задания:

1. Задание выполняется в аудитории во время занятий.

2. Максимальное время выполнения задания: 45 минут

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

оценка «4» ставится за выполнение задания № 1 и любых семи примеров из заданий № 2, № 3, № 4

оценка «3» ставится за выполнение задания № 1 и любых шести примеров из заданий № 2, № 3, № 4.

### **1 Вариант.**

1. Значение выражения  $(0,25 + 7\frac{1}{6} + \frac{5}{3}):109 + 1\frac{11}{12}$  равно

а) 2                      б) 1                      в) 4    г) 3

2. Укажите корень (или корни, если их несколько) уравнения:

а) 0; 16                      б) 0; 4                      в) 4; -4                      г) 2; -2

2)  $3x^2 - x = 0$

а) 3; 1                      б) 0;  $\frac{1}{3}$                       в) 3; 0                      г)  $\frac{1}{3}$ ; 1

3)  $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$

а) 4; 3; 2                      б) 3; 2; 1                      в) 0; 1; 2                      г) 0; 2; 3

4)  $5(x - 2) = 7x + 16$

а) -11                      б) 12                      в) -13                      г) 14

5)  $\frac{12}{x} = 1,2$

а) 0,1                      б) 10                      в) 100                      г) 1

3. Укажите решение каждого из неравенств:

$$1) 4(7 - 2x) \leq 3(4x - 2)$$

- а)  $[1,7; +\infty)$  б)  $[2,3; +\infty)$  в)  $(-\infty; 1,7]$  г)  $(-\infty; 2,3]$

$$2) 3x^2 - 7x + 2 \leq 0$$

- а)  $(-\infty; \frac{1}{3}] \cup [2; +\infty)$  б)  $[1; 6]$  в)  $(-\infty; 1]$  г)  $[\frac{1}{3}; 2]$

$$3) \frac{4-x^2}{2x-3} > 0$$

- а)  $(-\infty; 1,5] \cup [2; +\infty)$  б)  $(-\infty; -2) \cup (1,5; 2)$  в)  $(-2; 1, 5) \cup (2; +\infty)$  г)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

4. Решением системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

являются пары чисел:

- а)  $(2;1); (-1;-2)$  б)  $(1;3); (-1;-3)$  в)  $(3;1); (-1;-3)$  г)  $(3;4); (-3;-4)$

## .2 Вариант.

1. Значение выражения  $(0,2 + 3\frac{2}{7} - \frac{4}{3}) : 226 + 2\frac{104}{105}$  равно

- а) 2 б) 1 в) 4 г) 3

2. Укажите корень (или корни, если их несколько) уравнения:

$$1) 3x^2 - 27 = 0$$

- а) 3; -3 б) 0; 3 в) 9; -9 г) 0; 9

$$2) 2x^2 - x = 0$$

- а) 2; 0 б)  $\frac{1}{2}; 2$  в)  $0; \frac{1}{2}$  г)  $1; \frac{1}{2}$

$$3) x^3 - x^2 - 2x = 0$$

- а) 3; 2; -1 б) 0; 2; -1 в) 0; 3; 2 г) 0; 1; 2

$$4) 3(x - 4) = 8x + 3$$

- а) -3 б) -2 в) 3 г) 2

$$5) \frac{15}{x} = 150$$

- а) 0,01 б) 100 в) 10 г) 0,1

3. Укажите решение каждого из неравенств:

$$1) 2(3 - x) \leq 12 - 5x$$

- а)  $(-\infty; -2]$  б)  $(-\infty; 3]$  в)  $(-\infty; 2]$  г)  $[3; +\infty)$

$$2) 2x^2 - 5x - 3 \geq 0$$

- а)  $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [3; +\infty)$  б)  $(-\infty; -1] \cup [6; +\infty)$  в)  $[-\frac{1}{2}; 3]$  г)  $[-1; 6]$

$$3) \frac{24-6x^2}{2x+9} < 0$$

- а)  $(-\infty; -4,5] \cup (-2; 2)$  б)  $(-\infty; -4,5] \cup [2; +\infty)$  в)  $(-4,5; -2) \cup (2; +\infty)$  г)  $(-\infty; -4,5) \cup (-2; +\infty)$

4. Решением системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ y - 3x = 1 \end{cases}$  являются пары чисел:

- а)  $(-1;4); (-1,6; 3,8)$  б)  $(1;4); (-1,6; -3,8)$  в)  $(1;-4); (1,6; 3,8)$  г)  $(4;1); (3,8; 1,6)$

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

**Тема: Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Основные пространственные фигуры**

*Цели:*

- изучить тему «Угол между прямыми. Перпендикулярность в пространстве»
- научиться решать задачи на применение полученных знаний

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.34-37

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Выписать в тетрадь основные правила и теоремы

**Задание 2.** Решить номера 116-123

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8**

**Тема: Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда.**

*Цели:*

- изучить тетраэдр и его свойства
- изучить параллелепипед, его свойства и элементы

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.24

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Выписать в тетрадь основные понятия и определения по теме «Тетраэдр и параллелепипед»

**Задание 2.** Решить номера 66-71

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9**

**Тема: Построение сечений. Решение задач**

*Цели:*

- изучить правила построения сечений
- научиться применять эти правила для решения задач.

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.27-28

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Рассмотреть решение задач 1,2,3.

**Задание 2.** Решить номера 72-75; 85-87

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10**

**Тема: Признак перпендикулярности прямой и плоскости.**

*Цели:*

- изучить тему «Перпендикулярность в пространстве»
- научиться решать задачи на применение полученных знаний

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.34-37

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Выписать в тетрадь основные правила и теоремы

**Задание 2.** Решить номера 116-123

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11**

**Тема: Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости. Расстояния в пространстве.**

*Цели:*

- научиться вычислять угол между прямой и плоскостью
- научиться вычислять угол между плоскостями

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.42-45

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Выписать в тетрадь основные определения по рассматриваемой теме

**Задание 2.** Решить номера 138-143

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12**

**Тема: Скалярное произведение векторов. Простейшие задачи в координатах**

*Цель:*

- рассмотреть понятие скалярного произведения вектора и правила действий над векторами

*Оснащение занятия:* учебник

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 105-107;

**Задание 2.** Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 108 № 443- 450,

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

### Тема: Аксиомы стереометрии

*Цели:*

- выучить аксиомы стереометрии, ознакомиться со следствиями из аксиом
- научиться решать задачи на применение аксиом стереометрии

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.4-8

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Выписать в тетрадь аксиомы стереометрии и следствия из них

**Задание 2.** Решить номера 1-7

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

#### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

### Тема: Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей.

*Цель:*

- рассмотреть взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 107-109;

**Задание 2.** Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 110 № 501-506 ,

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

#### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

### Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире (природе, архитектуре, технике)

*Цель:*

- рассмотреть задачи на расположение прямых и плоскостей

*Оснащение занятия:* учебник

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 107-109;

**Задание 2.** Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 110 № 466-473 ,

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15**

### **Тема: Решение практико-ориентированных задач**

*Цели:*

- изучить тему «Перпендикулярность и параллельность в пространстве»
- научиться решать задачи на применение полученных знаний

*Оснащение занятия:* учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.34-37

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Выписать в тетрадь основные правила и теоремы

**Задание 2.** Решить номера 116-123

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16**

### **Тема: Контрольная работа по теме «Расположение прямых и плоскостей в пространстве.**

### **Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые»**

*Цели:*

- контроль полученных знаний

*Оснащение занятия:* лекции

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

**Контрольная работа по теме «Расположение прямых и плоскостей в пространстве.**

**Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые»**

#### **Задача 1.**

Из точки, не принадлежащей плоскости, проведены к ней две наклонные, равные 10 дм и 18 дм. Сумма длин их проекций на плоскость равна 16 дм. Найдите проекцию каждой из наклонных.

#### **Задача 2.**

Из точки В, не лежащей в плоскости  $\alpha$ , проведены к этой плоскости перпендикуляр  $BC = 12$  см и наклонная  $BD = 13$  см. Через точку D в плоскости  $\alpha$  проведена прямая d, перпендикулярная прямой BD. Найдите расстояние от точки C до прямой d.

#### **Задача 3.**

Из точки, не принадлежащей плоскости, проведены к ней две наклонные, сумма длин которых равна 28 см. Проекция этих наклонных на плоскость равны 6 см и 8 см. Найдите длины наклонных.

#### **Задача 4.**

В тетраэдре DABC  $AD \perp AC$ ,  $AD \perp AB$ ,  $DC \perp CB$ .

1. Докажите, что  $AD \perp BC$ .

2. Докажите, что прямая BC перпендикулярна плоскости ADC.

3. Найдите площадь треугольника BSA, если  $BC = 4$  см,  $AC = 3$  см.

#### **Задача 5.**

Точка E не принадлежит плоскости прямоугольника ABCD,  $BE \perp AB$ ,  $BE \perp BC$ .

1. Докажите, что  $BE \perp CD$ .

2. Докажите, что прямая CD перпендикулярна плоскости BCE.

3. Найдите площадь треугольника ECD если  $CD = 6$  см,  $CE = 8$  см.

**Задача 6.**

Отрезок АВ пересекает некоторую плоскость в точке О. Прямые AD и BC, перпендикулярные этой плоскости, пересекают эту плоскость в точках D и C соответственно.  $AD = 6$  см,  $BC = 2$  см,  $OC = 1,5$  см. Найдите АВ.

**Задача 7.**

Прямые АВ и CD перпендикулярны некоторой плоскости и пересекают её в точках В и D соответственно. Найдите AC, если  $AB = 9$  см,  $CD = 15$  см,  $BD = 8$  см, если известно, что точки А и С лежат по одну сторону плоскости.

**Задача 8.**

Переключина длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

**Задача 9.**

Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

**Задача 10.**

Точка А лежит в плоскости, точка В – на расстоянии 12,5 м от этой плоскости. Найдите расстояние от плоскости до точки М, делящей отрезок АВ в отношении  $AM:MB = 2:3$ .

**Задача 11.**

Какой длины нужно взять переключину, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м, поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?

**Задача 12.**

Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.

*Контроль знаний обучающихся*

проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

**Тема: Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса одного и того же угла**

*Цель:*

- Изучить знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла

*Оснащение занятия:* учебник М. И. Башмаков. Математика. Начальное и среднее профессиональное образование.

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями и сделать конспект тр.91-94

*Задание 2.* Ответить на вопросы и выполнить упражнения 1-7 стр.101

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

**Тема: Преобразование простейших тригонометрических выражений**

*Цель:*

- изучить формулы, связывающие функции одного угла и их применение для решения задач

*Оснащение занятия:* учебник

## Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

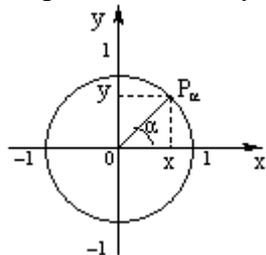
## **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

*Задание 2.* Решить предложенные задания

## **Теоретические сведения по теме:**

Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса.



$P_\alpha(x; y)$

$$x = \cos \alpha$$

$$y = \sin \alpha$$

$$|\cos \alpha| \leq 1$$

$$|\sin \alpha| \leq 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

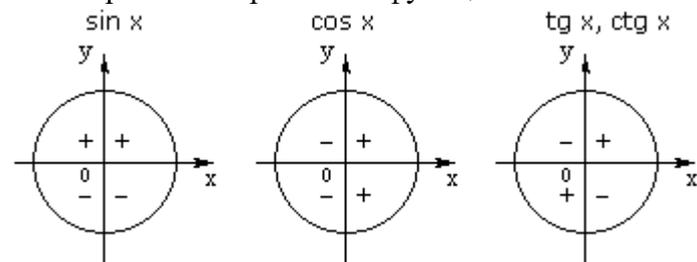
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Основные тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

Знаки тригонометрических функций:



Значения тригонометрических функций

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

Формулы синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла  $(-\alpha)$ :

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

## Формулы приведения:

Функции	Углы							
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi k - \alpha$	$2\pi k + \alpha$
sin	cos $\alpha$	cos $\alpha$	sin $\alpha$	- sin $\alpha$	- cos $\alpha$	- cos $\alpha$	- sin $\alpha$	sin $\alpha$
cos	sin $\alpha$	- sin $\alpha$	- cos $\alpha$	- cos $\alpha$	- sin $\alpha$	sin $\alpha$	cos $\alpha$	cos $\alpha$
tg	ctg $\alpha$	- ctg $\alpha$	- tg $\alpha$	tg $\alpha$	ctg $\alpha$	- ctg $\alpha$	- tg $\alpha$	tg $\alpha$
ctg	tg $\alpha$	- tg $\alpha$	- ctg $\alpha$	ctg $\alpha$	tg $\alpha$	- tg $\alpha$	- ctg $\alpha$	ctg $\alpha$

## Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$$

### Решение типовых заданий

**Пример 1.** Вычислить значение  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,3$ ,  $\alpha$  — угол в первой четверти.

Решение Применим основное тригонометрическое тождество, связывающее тригонометрические

функции  $y = \sin \alpha$ ,  $y = \cos \alpha$ :  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ . Так как по условию задачи  $\cos \alpha = 0,3$ , то  $\cos^2 \alpha = 0,09$ . Значит,  $\sin^2 \alpha + 0,09 = 1$ ,  $\sin^2 \alpha = 1 - 0,09 = 0,91$ . Решая уравнение  $\sin^2 \alpha = 0,91$ , получаем два

случая ( $\sin \alpha = \sqrt{0,91}$  или  $\sin \alpha = -\sqrt{0,91}$ ), из которых, обращая внимание на то, какой четверти принадлежит искомый угол, следует выбрать один. Вспомним, что в первой четверти все

тригонометрические функции имеют знак «+». Следовательно,  $\sin \alpha = \sqrt{0,91}$ . Ответ:  $\sin \alpha = \sqrt{0,91}$ .

**Пример 2.** Вычислите значение  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = 0,2$ . Решение: Воспользуемся формулой, связывающей тригонометрические функции  $y = \operatorname{tg} \alpha$ ,  $y = \operatorname{ctg} \alpha$ :  $\operatorname{tg} \alpha * \operatorname{ctg} \alpha = 1$ . Подставляя заданное в условии значение  $0,2$ , получаем, что  $\operatorname{tg} \alpha * 0,2 = 1$ , откуда  $\operatorname{tg} \alpha = 5$ . Ответ: 5.

### Примеры для самостоятельного решения

1. Дано:  $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$ ;  $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$ ;

Найти:  $\cos \alpha$ ;  $\operatorname{tg} \alpha$ ;  $\operatorname{ctg} \alpha$ .

2. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно:  $\sqrt{8} - 3$  и  $\sqrt{8} + 3$ ?

3. Упростите выражение:  $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2 \alpha}$ ;

4. Дано:  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ;  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ ;

Найти:  $\cos \alpha$ ;  $\operatorname{tg} \alpha$ ;  $\operatorname{ctg} \alpha$ .

5. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно:  $\sqrt{5} - 2$  и  $\sqrt{5} + 2$ ?

6. Упростите выражение:  $\frac{(1-\sin \alpha)(1+\sin \alpha)}{\cos \alpha}$ ;

7. Дано:  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ ;  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ ; Найти:  $\cos \alpha$ ;  $\operatorname{tg} \alpha$ ;  $\operatorname{ctg} \alpha$ .

8. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно:  $\sqrt{15} - 4$  и  $\sqrt{15} + 4$ ?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19**

### **Тема Преобразование графиков тригонометрических функций**

*Цель:*

- Изучить графики тригонометрических функций и их преобразование

*Оснащение занятия:* учебник А. Н. Колмогоров. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 кл. средней школы, 2019г.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями и сделать конспект стр.58--59

*Задание 2.* Решить примеры 103-103 стр.60

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20**

### **Обратные тригонометрические функции**

*Цель:*

- Изучить Обратные тригонометрические функции

*Оснащение занятия:* учебник А. Н. Колмогоров. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 кл. средней школы, 2019г.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями и сделать конспект стр.58--59

*Задание 2.* Решить примеры 128-131 стр.66

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 21**

### **Тема: Решение тригонометрических уравнений основных типов: простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные.**

*Цель:*

- научиться решать простейшие тригонометрические уравнения

*Оснащение занятия:* учебник

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.113-115

*Задание 2.* Решить предложенные задания стр.118 № 10

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 22**

**Тема: Простейшие тригонометрические неравенства**

*Цель:*

- изучить методы решения тригонометрических неравенств

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр67-73

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 80 № 171-178

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 23**

**Тема: Определение производной. Алгоритм отыскания производной**

*Цель:*

- изучить понятие производной и алгоритм отыскания производной

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 99-103

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 104 № 188-192

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 24**

**Тема: Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования**

*Цель*

- изучить правила и формулы дифференцирования

Оснащение занятия: учебник

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание 1.** Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

**Задание 2.** Решить тест

### **Основные теоретические сведения**

**Определение:** Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Приращение аргумента – это разность между новым значением аргумента и первоначальным. Приращение функции – это разность между новым значением функции и первоначальным.

$\Delta x = x - x_0$  **приращение аргумента**

$\Delta y = y - y_0$  **приращение функции**

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$\Delta x \rightarrow 0$

Если точка не входит в область определения функции, то в этой точке производной функции нет. Необходимым условием существования производной функции в точке является непрерывность функции в этой точке.

### **Правила вычисления производной произведения и дроби**

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$  - производная произведения

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  - производная дроби

### **Таблица производных основных элементарных функций:**

1.  $x' = 1$

10.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

2.  $(ax + b)' = a$

11.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

12.  $(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$

4.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

13.  $(\text{arcctg } x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

5.  $(x^n)' = nx^{n-1}$

14.  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

6.  $(\sin x)' = \cos x$

15.  $(e^x)' = e^x$

7.  $(\cos x)' = -\sin x$

16.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

8.  $(\text{tg } x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

17.  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

9.  $(\text{ctg } x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

### **Решение типичных примеров**

Пример 1.

$$y(x) = 6x^{100} + 7x^{50} + 8x$$

Вычислить производную функции

**Решение.**

Применим правило суммы:

$$y'(x) = (6x^{100} + 7x^{50} + 8x)' = (6x^{100})' + (7x^{50})' + (8x)'$$

Вынесем постоянные множители за знак производной:

$$y'(x) = 6(x^{100})' + 7(x^{50})' + 8(x)'$$

Найдем производные степенных функций:

$$y'(x) = 6 \cdot 100x^{99} + 7 \cdot 50x^{49} + 8 \cdot 1.$$

Окончательно получаем

$$y'(x) = 600x^{99} + 350x^{49} + 8 = 2(300x^{99} + 175x^{49} + 4).$$

Пример 2.

$$y(x) = (\sqrt{3})^2 - 5\sqrt{2}$$

Вычислить производную функции

*Решение.*

Производная постоянной величины равна нулю. Следовательно,

$$y'(x) = \left( (\sqrt{3})^2 - 5\sqrt{2} \right)' = \left( (\sqrt{3})^2 \right)' - \left( 5\sqrt{2} \right)' = 0.$$

Пример 3

$$y(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$$

Найти производную функции

*Решение.*

Дифференцируем сначала как сумму функций:

$$y'(x) = \left( \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right)' = \left( \frac{1}{x} \right)' + \left( \frac{2}{x^2} \right)' + \left( \frac{3}{x^3} \right)'$$

Вынося постоянные множители за знак производной и вычисляя производные степенных функций, получаем

$$\begin{aligned} y'(x) &= \left( \frac{1}{x} \right)' + 2 \left( \frac{1}{x^2} \right)' + 3 \left( \frac{1}{x^3} \right)' = (x^{-1})' + 2(x^{-2})' + 3(x^{-3})' = \\ &= -1 \cdot x^{-2} + 2 \cdot (-2)x^{-3} + 3 \cdot (-3)x^{-4} = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4}. \end{aligned}$$

Пример 4.

$$y = 8x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 4x + 3.$$

Найти производную следующей функции

*Решение.*

Используя правило дифференцирования полинома, получаем выражение для производной в виде

$$\begin{aligned} y'(x) &= (8x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 4x + 3)' = (8x^5)' - (6x^4)' + (5x^3)' - (7x^2)' + (4x)' + (3)' = \\ &= 8 \cdot 5x^4 - 6 \cdot 4x^3 + 5 \cdot 3x^2 - 7 \cdot 2x + 4 \cdot 1 + 0 = 40x^4 - 24x^3 + 15x^2 - 14x + 4. \end{aligned}$$

Пример 5

$$y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}.$$

Найти производную функции

*Решение.*

Производная записывается в виде:

$$\begin{aligned} y'(x) &= \left( \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right)' = \left( \frac{x^2}{2} \right)' + \left( \frac{x^3}{3} \right)' + \left( \frac{x^4}{4} \right)' = \frac{1}{2}(x^2)' + \frac{1}{3}(x^3)' + \frac{1}{4}(x^4)' = \frac{1}{2} \cdot 2x + \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + \frac{1}{4} \cdot 4x^3 = \\ &= x + x^2 + x^3 = x(x^2 + x + 1). \end{aligned}$$

**Задание для самостоятельной работы: решить тест**

**Тест по теме «Производная многочлена и степени»**

**Инструкция:**

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

**Условия выполнения задания:**

- Задание выполняется дома
- При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

**Критерии оценок**

- оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста
- оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

**1 Вариант.**

1. Значение производной функции  $y(x) = 3x - 7$  при  $x = 2$  равно  
а) 7                      б) -7                      в) 3                      г) -4
2. Значение производной функции  $y(x) = 5x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 8x + 9$  при  $x = 0$  равно  
а) -8                      б) 6                      в) 9                      г) 8
3. Значение производной функции  $y(x) = \frac{x^7}{7} - \frac{x^3}{3} + 5x^2$  при  $x = 1$  равно  
а) 5                      б) 2                      в) 4                      г) 10
4. Значение производной функции  $y(x) = x^2 + 4x$  при  $x = \frac{1}{4}$  равно  
а) 4                      б) 4,5                      в) 5                      г) 5,5
5. Значение производной функции  $y(x) = 3x^2 - 2\sqrt{x}$  при  $x = 1$  равно  
а) -5                      б) 5                      в) 1                      г) 7
6. Значение производной функции  $y(x) = \frac{1}{x} - 9x^2$  при  $x = -1$  равно  
а) -8                      б) -9                      в) 10                      г) 17
7. Корнем уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = 3x^2 - x + 7$  является число:  
а) 5                      б)  $\frac{1}{3}$                       в)  $\frac{1}{6}$                       г) 2
8. Корнем уравнения  $f'(x) = g'(x)$ , если  $f(x) = x^2 + 4$ ;  $g(x) = 2x^2 + 6x - 5$  является число:  
а) -3                      б) 2                      в) -4                      г) 3
9. Корнями уравнения  $f'(x) + 4 = 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 3$  являются числа:  
а) 1; 2                      б) -2; 1                      в) 2; 3                      г) -1; 2
10. Корнями уравнения  $f'(x) - 3 = 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2$  являются числа:    а) 0; 1; 2  
б) -2; 0; 1    в) 1; 2; 3    г) -1; 0; 2

**2 Вариант.**

1. Значение производной функции  $y(x) = 9x + 5$  при  $x = 5$  равно  
а) 9                      б) 5                      в) 14                      г) 4
2. Значение производной функции  $y(x) = 3x^4 + 5x^3 - 10x^2 + 6x - 1$  при  $x = 0$  равно  
а) -10                      б) 1                      в) 6                      г) 5
3. Значение производной функции  $y(x) = \frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{5} + 4x^2$  при  $x = 1$  равно  
а) 8                      б) 4                      в) -4                      г) 3
4. Значение производной функции  $y(x) = x^2 + 5x$  при  $x = -\frac{1}{4}$  равно  
а) 6                      б) -4,5                      в) 5                      г) 4,5
5. Значение производной функции  $y(x) = 7x^2 + 2\sqrt{x}$  при  $x = 1$  равно  
а) 9                      б) 15                      в) 5                      г) 14
6. Значение производной функции  $y(x) = 5x^2 - \frac{1}{x}$  при  $x = -1$  равно  
а) 9                      б) -9                      в) 4                      г) 5
7. Корнем уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = 6x^2 - x$  является число:

а)  $\frac{1}{6}$       б) 5      в)  $\frac{1}{12}$       г) 6

8. Корнем уравнения  $f'(x) = g'(x)$ , если  $f(x) = 10x^2 + 2x$ ;  $g(x) = 6,5x^2 - 12x + 1$  является число:

а) -2      б) 4      в) 2      г) -3

9. Корнями уравнения  $f'(x) - 3 = 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 6x - 10$  являются числа: а) -1; 3

б) 1; 5      в) -3; 4      г) 1; 3

10. Корнями уравнения  $f'(x) + 7 = 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 24,5x^2 - 7x$  являются числа: а) 2; 3; 9

б) 0; 7; -7      в) 1; 3; 7      г) 0; 3; -3

### 3 Вариант.

1. Значение производной функции  $y(x) = 2x - 3$  при  $x = 4$  равно

а) -3      б) -1      в) 2      г) 5

2. Значение производной функции  $y(x) = 6x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 5x + 1$  при  $x = 0$  равно а) 6      б) 5

в) 8      г) 4

3. Значение производной функции  $y(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + 3x^2$  при  $x = 1$  равно

а) 3      б) 6      в) 4      г) 5

4. Значение производной функции  $y(x) = x^2 + 3x$  при  $x = \frac{1}{2}$  равно

а) -4      б) 5      в) 3      г) 4

5. Значение производной функции  $y(x) = 2\sqrt{x} + 9x^2$  при  $x = 1$  равно

а) 13      б) 7      в) 19      г) 11

6. Значение производной функции  $y(x) = \frac{1}{x} - 7x^3$  при  $x = -1$  равно

а) -22      б) -6      в) -12      г) 32

7. Корнем уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = 2,5x^2 - 10x + 1$  является число:

а) 5      б) 10      в) 4      г) 2

8. Корнем уравнения  $f'(x) = g'(x)$ , если  $f(x) = 7x^2 + 5x$ ;  $g(x) = 3,5x^2 - 16x + 2$  является число: а) -1      б) -3      в) 2      г) -2

9. Корнями уравнения  $f'(x) + 4 = 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 5x - 9$  являются числа: а) 1; 7      б) 7; 5      в) -4; 5      г) 1; 9

7; 5      в) -4; 5      г) 1; 9

10. Корнями уравнения  $f'(x) - 6 = 0$ , если  $f(x) = 5x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + 6x$

являются числа: а) 0;  $\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{9}{20}$       б) 0; 2;  $-\frac{3}{4}$       в) 0;  $\frac{1}{3}$ ;  $-\frac{4}{5}$       г) 0;  $\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{7}{9}$

### 4 Вариант.

1. Значение производной функции  $y(x) = 8x + 9$  при  $x = 3$  равно

а) -1      б) 17      в) 9      г) 8

2. Значение производной функции  $y(x) = 11x^4 - 13x^3 + 2x^2 - 12x + 1$  при  $x = 0$  равно а) -10      б) -12      в) -11      г) -9

3. Значение производной функции  $y(x) = \frac{x^8}{8} - \frac{x^3}{3} + 6x^2$  при  $x = 1$  равно

а) 12      б) 5      в) 6      г) 11

4. Значение производной функции  $y(x) = x^2 - 4x$  при  $x = -\frac{1}{2}$  равно

а) 3      б) -5      в) 5      г) -3

5. Значение производной функции  $y(x) = 6x^2 - 2\sqrt{x}$  при  $x = 1$  равно

а) 4      б) 8      в) 10      г) 11

6. Значение производной функции  $y(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}$  при  $x = -1$  равно

а) 2      б) 5      в) -5      г) -2

7. Корнем уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = 2x^2 - 24x - 3$  является число:

- а) 12      б) 4      в) 6      г) 3

8. Корнем уравнения  $f'(x) = g'(x)$ , если  $f(x) = 7,5x^2 - 14x + 1$ ;

$g(x) = 1,5x^2 + 10x + 2$  является число:

- а) 2      б) 3      в) 4      г) -4

9. Корнями уравнения  $f'(x) - 9 = 0$ , если  $f(x) = \frac{8}{3}x^3 - 5x^2 + 9x$  являются числа:

- а) 0; 5      б) 0; 1,2      в) 0; -10      г) 0; 1,25

10. Корнями уравнения  $f'(x) - 7 = 0$ , если  $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 13,5x^2 + 7x - 1$  являются числа:      а) -1; 4; 5

б) 0; 3; -3      в) 0; 1; 5      г) 0; 3; 5

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 25

**Тема: Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования**

- изучить правила и формулы дифференцирования

*Оснащение занятия:* учебник

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### Порядок выполнения работы

**Задание 1.** Рассмотреть решение типичных примеров. Записать в тетрадь их решение

**Задание 2.** Решить тест по теме «Производная произведения и дроби»

### Решение типичных примеров

1. Найти производную функции  $y(x) = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$

Решение:  $y'(x) = (x^3 - 1)'(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)'$

$$= 3x^2(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1)(2x + 1) =$$

$$= 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x^4 + x^3 - 2x - 1$$

$$= 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$$

2. Найти производную функции  $y(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

Решение:  $y'(x) = \frac{(x^2 + 1)'(x^2 - 1) - (x^2 + 1)(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2x(x^2 - 1) - (x^2 + 1)2x}{(x^2 - 1)^2} =$

$$= \frac{2x^3 - 2x - 2x^3 - 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$$

3. Найти производную функции  $y = (2x - 5)(4x + 8)$

Решение:  $y' = (2x - 5)'(4x + 8) + (4x + 8)'(2x - 5) = 2(4x + 8) + 4(2x - 5) = 8x + 16 + 8x - 20 = 16x - 4$

4. Найти производную функции  $y = \frac{2x - 5}{4x + 8}$

Решение:  $y' = \frac{(2x - 5)'(4x + 8) - (4x + 8)'(2x - 5)}{(4x + 8)^2} = \frac{2(4x + 8) - 4(2x - 5)}{(4x + 8)^2} =$

$$\frac{8x + 16 - 8x + 20}{(4x + 8)^2} = \frac{36}{(4x + 8)^2}$$

**Тест по теме: «Производная произведения и частного».**

### Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

### Условия выполнения задания:

- Задание выполняется дома
- При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

### Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста
- оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

#### **1 Вариант.**

1. Все решения неравенства  $f'(x) < 0$ , если  $f(x) = 4x - 3x^2$ , образуют множество:

- а)  $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$       б)  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$       в)  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$       г)  $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$

2. Все решения неравенства  $f'(x) \geq 0$ , если  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x$ , образуют множество:

- а)  $[-5; 3]$       б)  $(-\infty; 3] \cup [5; +\infty)$       в)  $[3; 5]$       г)  $(-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$

3. Значение производной функции  $y(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{x}$  в точке  $x_0 = 1$  равно

- а)  $\frac{13}{18}$       б)  $\frac{15}{16}$       в) 4      г)  $-\frac{3}{4}$

4. Значение производной функции  $y(x) = \frac{1}{x^2}$  в точке  $x_0 = 1$  равно

- а) -2      б) 4      в) -3      г) 1

5. Значение производной функции  $y(x) = \sqrt[3]{x^4}$  в точке  $x_0 = -1$  равно

- а)  $\frac{3}{4}$       б)  $-\frac{3}{4}$       в)  $-\frac{4}{3}$       г)  $\frac{4}{3}$

6. Если  $y(x) = (17x - 2)(18 - x^2)$ , то  $y'(0)$  равно

- а) -36      б) 34      в) 306      г) 312

7. Корень уравнения:  $f'(x) - g'(x) = 0$ , если  $f(x) = x^2 + 4$ ;  $g(x) = (x + 1)(4x + 3)$ ; равен

- а)  $\frac{6}{7}$       б)  $-\frac{3}{4}$       в)  $-\frac{5}{6}$       г)  $-1\frac{1}{6}$

8. Значение производной функции  $y(x) = \frac{2x+3}{x-3}$  в точке  $x_0 = 4$  равно

- а) 14      б) -9      в) 12      г) -11

9. Корнями уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$  являются числа

- а) -3; 1      б) -1; 2      в) -2; 1      г) -1; 3

10. Если  $y(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x^2+x+4}$  то  $y'(-2)$  равно

- а)  $\frac{32}{35}$       б)  $-\frac{11}{37}$       в)  $\frac{12}{35}$       г)  $-\frac{11}{12}$

#### **2 Вариант.**

1. Все решения неравенства  $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = 6x - 2x^2$ , образуют множество:

- а)  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$       б)  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$       в)  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$       г)  $(-\infty; 1,5)$

2. Все решения неравенства  $f'(x) \leq 0$ , если  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ , образуют множество:

- а)  $[-3; 2]$       б)  $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$       в)  $[-2; 3]$       г)  $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$

3. Значение производной функции  $y(x) = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x}$  в точке  $x_0 = 9$  равно

- а)  $1\frac{2}{7}$       б)  $\frac{56}{81}$       в)  $\frac{5}{7}$       г)  $1\frac{2}{5}$

4. Значение производной функции  $y(x) = \frac{1}{x^3}$  в точке  $x_0 = 1$  равно

- а) 4      б) -3      в) 1      г) -2

5. Значение производной функции  $y(x) = \sqrt[4]{x^5}$  в точке  $x_0 = 16$  равно

- а) 2,5      б) 12,5      в) 5      г) 3,5

6. Если  $y(x) = (9x - 5)(3x^2 + 7)$ , то  $y'(0)$  равно

- а) 27                      б) -35                      в) 63                      г) -15
7. Корень уравнения  $f'(x) - g'(x) = 0$ , если  $f(x) = x^2 - 1$ ;  $g(x) = (x - 2)(3x + 4)$ ; равен  
а) 0,1                      б) -0,2                      в) -0,3                      г) 0,5
8. Значение производной функции  $y(x) = \frac{3x-1}{x+2}$  в точке  $x_0 = -1$  равно  
а) 7                      б) 2                      в) -3                      г) 9
9. Корнями уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = \frac{x^2+24}{x+1}$  являются числа  
а) -3; 1                      б) -6; 4                      в) -1; 3                      г) -4; 6
10. Если  $y(x) = \frac{2x^2-3x-1}{x^2-x-2}$ , то  $y'(-2)$  равно  
а)  $2\frac{3}{11}$                       б)  $1\frac{4}{9}$                       в)  $1\frac{5}{16}$                       г)  $2\frac{2}{9}$

### 3 Вариант.

1. Все решения неравенства  $f'(x) < 0$ , если  $f(x) = 2x - 3x^2$ , образуют множество  
а)  $(-\infty; \frac{2}{3})$                       б)  $(-\infty; \frac{1}{3})$                       в)  $(\frac{1}{3}; +\infty)$                       г)  $(\frac{2}{3}; +\infty)$
2. Все решения неравенства  $f'(x) \geq 0$ , если  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$ , образуют множество:  
а)  $(-\infty; -4] \cup [5; +\infty)$                       б)  $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$                       в)  $[-2; 3]$                       г)  $[-4; 5]$
3. Значение производной функции  $y(x) = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x}$  в точке  $x_0 = 4$  равно  
а)  $1\frac{13}{16}$                       б)  $1\frac{11}{17}$                       в)  $1\frac{3}{17}$                       г)  $1\frac{5}{16}$
4. Значение производной функции  $y(x) = \frac{1}{x^4}$  в точке  $x_0 = -1$  равно  
а) 2                      б) 3                      в) 5                      г) 4
5. Значение производной функции  $y(x) = \sqrt[5]{x^6}$  в точке  $x_0 = 32$  равно  
а) 1,2                      б) 2,5                      в) 1,3                      г) 2,4
6. Если  $y(x) = (7x + 8)(13x^2 - 5)$ , то  $y'(0)$  равно  
а) -40                      б) -35                      в) 104                      г) 65
7. Корень уравнения  $f'(x) + g'(x) = 0$ , если  $f(x) = x^2 + 5$ ;  $g(x) = (x + 4)(3x + 4)$ ; равен                      а) -2                      б) 1  
в) -3                      г) 2
8. Значение производной функции  $y(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  в точке  $x_0 = 2$  равно  
а) -6                      б) -7                      в) -5                      г) -2
9. Корнями уравнения  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = \frac{2x^2+6}{x+1}$ , являются числа  
а) -3; 1                      б) -5; 2                      в) 3; 1                      г) -2; 5
10. Если  $y(x) = \frac{3x^2+2x+1}{x^2+4x-3}$ , то  $y'(-2)$  равно  
а)  $\frac{60}{91}$                       б)  $\frac{50}{83}$                       в)  $\frac{30}{59}$                       г)  $\frac{70}{49}$

### 4 Вариант.

1. Все решения неравенства  $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = 3x - 9x^2$ , образуют множество:  
а)  $(\frac{1}{3}; +\infty)$                       б)  $(-\infty; \frac{1}{3})$                       в)  $(-\infty; \frac{1}{6})$                       г)  $(\frac{1}{6}; +\infty)$
2. Все решения неравенства  $f'(x) \leq 0$ , если  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x$ , образуют множество:  
а)  $[-1; 4]$                       б)  $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$                       в)  $[-4; 1]$                       г)  $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$
3. Значение производной функции  $y(x) = 8\sqrt{x} - \frac{3}{x}$  в точке  $x_0 = 9$  равно  
а)  $1\frac{10}{27}$                       б)  $2\frac{3}{16}$                       в)  $1\frac{9}{17}$                       г)  $2\frac{2}{15}$
4. Значение производной функции  $y(x) = \frac{1}{x^5}$  в точке  $x_0 = -1$  равно

- а) -4                      б) -2                      в) -3                      г) -5
5. Значение производной функции  $y(x) = \sqrt[6]{x^7}$  в точке  $x_0 = 64$  равно
- а)  $\frac{6}{7}$                       б)  $2\frac{1}{3}$                       в)  $3\frac{1}{2}$                       г)  $1\frac{1}{7}$
6. Если  $y(x) = (3x - 5)(2x^2 + 9)$ , то  $y'(0)$  равно
- а) 6                      б) -10                      в) 27                      г) -45
7. Корень уравнения:  $f'(x) + g'(x) = 0$ , если  $f(x) = 2x^2 - 5$ ;  $g(x) = (x + 2)(3x - 1)$ ; равен
- а) -0,3    б) -0,5  
в) -0,1    г) -0,2
8. Значение производной функции  $y(x) = \frac{5x+1}{x-2}$  в точке  $x_0 = 3$  равно
- а) -11                      б) 13                      в) 14                      г) -16
9. Корнями уравнения:  $y'(x) = 0$ , если  $y(x) = \frac{x^2-8}{x+3}$  являются числа
- а) -3; -1                      б) -3; 1                      в) -2; 3                      г) -4; -2
10. Если  $y(x) = \frac{2x^2+5x-1}{x^2+3x-4}$ , то  $y'(-2)$  равно
- а)  $\frac{13}{37}$                       б)  $\frac{14}{39}$                       в)  $\frac{5}{12}$                       г)  $\frac{7}{19}$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 26**

**Тема: Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.**

*Цель:*

- изучить связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке

*Оснащение занятия: учебник*

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр106-108

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 108 № 197-201

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 27**

**Тема: Алгоритм решения неравенств методом интервалов**

*Цель:*

- изучить алгоритм решения неравенств методом интервалов

*Оснащение занятия: учебник*

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр122-124

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 125

№ 244-246

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 28**

**Тема: Алгоритм решения неравенств методом интервалов**

*Цель:*

- изучить алгоритм решения неравенств методом интервалов

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр122-124

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 126

№ 248-250

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 29**

**Тема: Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции  $y=f(x)$**

*Цель*

- познакомиться с алгоритмом составления уравнения касательной к графику функции

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.171-176. Ответить письменно на вопросы 1-6 стр. 176

*Задание 2.* Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.236 № 9.16 А; Б;

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 30**

**Тема: Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной.**

*Цель*

- изучить применение производной к исследованию и построению графиков функций

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы  
 оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы  
 оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### Порядок выполнения работы

**Задание 1.** Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

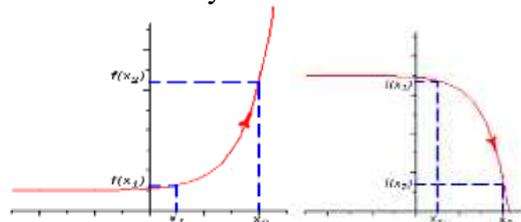
**Задание 2.** Выполнить задания.

#### Основные теоретические сведения

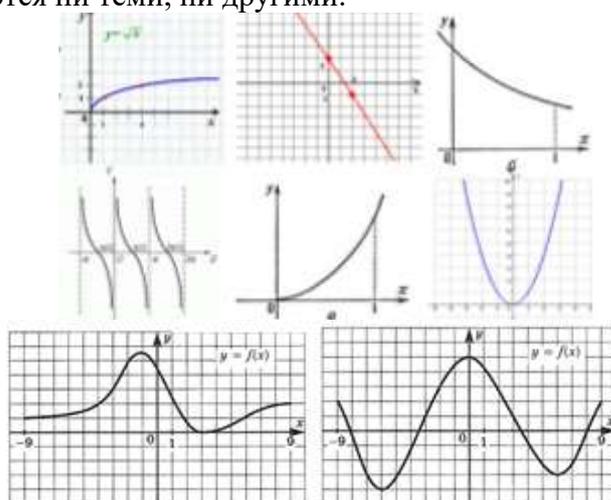
Одной из основных задач, возникающих при исследовании функции, является нахождение **промежутков монотонности функции (промежутков возрастания и убывания)**. Такой анализ легко сделать с помощью производной.

Но прежде чем приступить к исследованию функций на монотонность вспомним, какие функции называются возрастающими (убывающими).

Функция  $y=f(x)$  называется **возрастающей** в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и **убывающей**, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

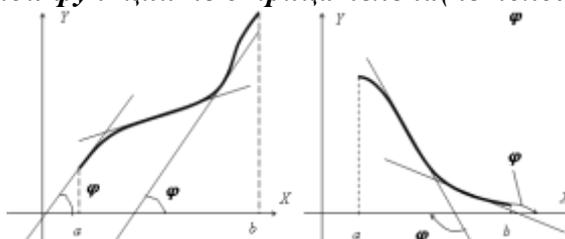


Даны 8 графиков функций. Определите, какие из них являются возрастающими, какие убывающими, или не являются ни теми, ни другими.



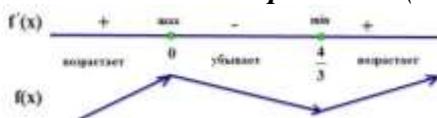
#### Необходимый признак возрастания (убывания) функции.

**Теорема 1.** Если дифференцируемая функция  $y=f(x)$  **возрастает (убывает)** в данном интервале, то **производная этой функции не отрицательна (не положительна)** в этом интервале.



Обратное заключение также справедливо, оно выражается следующей теоремой.

**Теорема 2.** Если производная функции  $y=f(x)$  **положительна (отрицательна)** на некотором интервале, то функция в этом интервале **монотонно возрастает (монотонно убывает)**.



Сформулируем теперь правило нахождения интервалов монотонности функции  $f(x)$ .

1. Находим область определения функции  $f(x)$ .
2. Вычисляем производную  $f'(x)$  данной функции.

- Находим точки, в которых  $f'(x)=0$  или не существует. Эти точки называются **критическими** для функции  $f(x)$ .
- Делим область определения функции этими точками на интервалы. Они являются **интервалами монотонности**.
- Исследуем знак  $f'(x)$  на каждом интервале. Если  $f'(x)>0$ , то на этом интервале  $f(x)$  **возрастает**; если  $f'(x)<0$ , то на таком интервале функция  $f(x)$  **убывает**.

Рассмотрим теперь нахождение промежутков возрастания/убывания на конкретном примере функции.

Пример №1. Найти промежутки монотонности функции  $y=2x^3-3x^2-36x+5$ .

- Область определения:**  $R$ . Функция непрерывна.
- Вычисляем производную:**  $y'=6x^2-6x-36$ .
- Находим критические точки:**  $y'=0$ .

$$x^2-x-6=0$$

$$D=1-4*(-6)*1=1+24=25$$

$$x_1=-2, x_2=3$$

- Делим область определения на интервалы:**



- Функция **возрастает** при  $x \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$ , функция **убывает** при  $x \in [-2; 3]$ .

Пример №2. Найти промежутки монотонности функции  $y=x^3-3x^2$ .

- Область определения:**  $R$ . Функция непрерывна.
- Вычисляем производную:**  $y'=3x^2-6x$ .
- Находим критические точки:**  $y'=0$ .

$$x^2-2x=0$$

$$x(x-2)=0$$

$$x_1=0 \text{ и } x_2=2$$

- Делим область определения на интервалы:**



- Функция **возрастает** при  $x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ , функция **убывает** при  $x \in [0; 2]$ .

Но помимо монотонности функций с помощью первой производной можно ещё определить экстремумы функций (точки максимума/минимума).

Сначала введём необходимые определения и понятия.

**Опр. 1.** Точку  $x=x_0$  называют **точкой минимума** функции  $y=f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ .

**Опр. 2.** Точку  $x=x_0$  называют **точкой максимума** функции  $y=f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ .

**Теорема 3.** Если функция  $y=f(x)$  имеет экстремум в точке  $x=x_0$ , то в этой точке **производная функции или равна нулю, или не существует**.

Например, функция  $f(x)=x^5$  имеет производную  $f'(x)=5x^4$ , которая обращается в нуль в точке  $x_0=0$ . Однако экстремума в этой точке функция не имеет (происходит изменение кривизны).

Поэтому вводят ещё достаточный признак существования экстремумов функции.

**Теорема 4.** Если производная  $f'(x)$  при переходе через точку  $x_0$  меняет знак, то точка  $x_0$  является **точкой экстремума** функции  $f(x)$ .

Если производная меняет знак с **+** на **-**, то точка будет являться **точкой максимума**, если с **-** на **+**, то точка будет **точкой минимума**.

Рассмотрим теперь на примерах исследование функции на монотонность и экстремумы.

Пример №3. Найти экстремумы функции  $y=-2x^3-3x^2+12x-4$ .

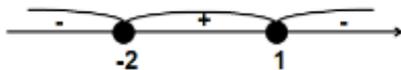
- Область определения:**  $R$ . Функция непрерывна.
- Вычисляем производную:**  $y'=-6x^2-6x+12$ .
- Находим критические точки:**  $y'=0$ .

$$x^2+x-2=0$$

$$D=1-4*1*(-2)=1+8=9$$

$$x_1=-2 \text{ и } x_2=1$$

4. Делим область определения на интервалы:



5. **Функция возрастает** при  $x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ , **функция убывает** при  $x \in [-2; 1]$ .

6. Видно, что в точке  $x = -2$  знак производной меняется с минуса на плюс. Поэтому критическая точка  $x = -2$  – **точка минимума**. Найдём минимум функции  $y_{\min} = -24$ . В точке  $x = 1$  знак меняется с плюса на минус. Поэтому критическая точка  $x = 1$  – **точка максимума**. Найдём максимум функции:  $y_{\max} = 3$ .

**Общая схема для построения графика функции**

1. Найти область определения функции  $D(f)$

2. Выяснить, не является ли функция чётной или нечётной, периодической. Функция является чётной, если для любого  $x$  из области определения функции выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$ . График чётной функции симметричен относительно оси ординат.

Функция является нечётной, если для любого  $x$  из области определения функции выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$ . График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Функция называется периодической, если существует такое число  $P$ , что для любого  $x$  из области определения функции выполняется равенство:

$$f(x-P) = f(x) = f(x+P).$$

3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.

$$x=0. y=\dots \quad y=0. x=\dots$$

4. Найти асимптоты графика функции.

Асимптотой называется прямая, к которой неограниченно приближается точка графика функции при неограниченном удалении от начала координат. График функции имеет вертикальную асимптоту при  $x \rightarrow a$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$ . График функции имеет горизонтальную асимптоту, если  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ .

График функции имеет наклонную асимптоту  $y = kx + b$ , если существуют такие числа  $k$  и  $b$ , что выполняются равенства:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = k$ ,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = b$

5. Найти промежутки монотонности и её экстремумы. Вычислить значения функции в точках экстремума.

6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба. Выпуклость вниз или вверх графика функции характеризуется знаком её второй производной: если в некотором промежутке  $f''(x) > 0$ , то график функции выпуклый вниз в этом промежутке; если же  $f''(x) < 0$ , то график функции выпуклый вверх. Точка графика функции, разделяющая промежутки выпуклости разных направлений этого графика, называется точкой перегиба.

7. Построить график, используя полученные результаты исследования.

**Пример 1**

Исследовать функцию и по результатам исследования построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$$

**Решение:**

1) Функция определена и непрерывна на всей числовой прямой:  $D(f) = \mathbb{R}$ .

Проверим функцию на чётность/нечётность:

$$f(-x) = (-x)^3 - \frac{5}{2}(-x)^2 - 2(-x) + \frac{3}{2} = -x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$$

$f(-x) \neq f(x)$ ,  $f(-x) \neq -f(x)$ , значит, данная функция не является чётной или нечётной.

Очевидно, что функция непериодическая.

2) Асимптоты, поведение функции на бесконечности.

Так как функция непрерывна на  $\mathbb{R}$ , то вертикальные асимптоты отсутствуют.

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( x^2 - \frac{5}{2}x - 2 + \frac{3}{2x} \right) = +\infty$$

Нет и наклонных асимптот.

3) Нули функции и интервалы знакопостоянства.

Сначала найдём точку пересечения графика с осью ординат. Это просто. Необходимо вычислить значение функции при  $x = 0$ :

$$y = f(0) = 0^3 - \frac{5}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Чтобы найти точки пересечения с осью  $OX$  (нули функции) требуется решить уравнение  $f(x) = 0$ ,

$$x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$$

или

Проверим числа  $x = 1, x = -1$ :

$$f(1) = 1^3 - \frac{5}{2} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + \frac{3}{2} = 1 - \frac{5}{2} - 2 + \frac{3}{2} = -2 \neq 0 \quad \text{— не подходит;}$$

$$f(-1) = (-1)^3 - \frac{5}{2} \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + \frac{3}{2} = -1 - \frac{5}{2} + 2 + \frac{3}{2} = 0 \quad \text{— подходит!}$$

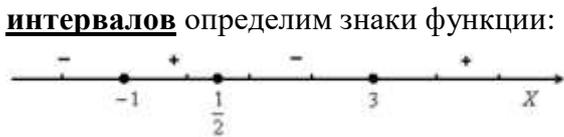
Однако у нас есть красивый корень  $x = -1$ , поэтому делим многочлен  $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$  на  $(x+1)$  без остатка:

В итоге левая часть исходного уравнения  $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$  раскладывается в произведение:

$$(x+1) \cdot \left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

Уравнение  $x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$  имеет два действительных корня  $x = \frac{1}{2}, x = 3$ .

На числовой прямой отложим найденные значения  $x = -1, x = \frac{1}{2}, x = 3$  и **методом интервалов** определим знаки функции:

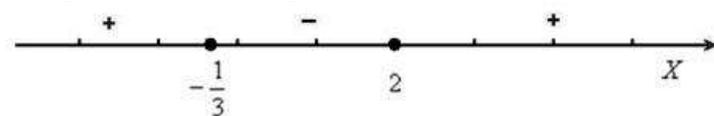


Таким образом, на интервалах  $(-\infty, -1), \left(\frac{1}{2}, 3\right)$  график расположен ниже оси абсцисс ( $f(x) < 0$ ), а на интервалах  $(-1, \frac{1}{2}), (3, +\infty)$  — выше данной оси ( $f(x) > 0$ ).

4) Возрастание, убывание и экстремумы функции.

Найдём критические точки:  $f'(x) = \left(x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}\right)' = 3x^2 - 5x - 2 = 0$

Данное уравнение имеет два действительных корня  $x = -\frac{1}{3}, x = 2$ . Отложим их на числовой прямой и определим знаки производной:



Следовательно, функция возрастает на  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (2, +\infty)$  и убывает на  $\left(-\frac{1}{3}, 2\right)$ . В точке  $x = -\frac{1}{3}$

функция достигает максимума:  $f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27} - \frac{5}{18} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{50}{27} \approx 1,85$

В точке  $x = 2$  функция достигает минимума:  $f(2) = 8 - 10 - 4 + \frac{3}{2} = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2}$ .

Установленные факты загоняют наш шаблон в довольно жёсткие рамки:

5) Выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Найдём критические точки второй производной:

$$f''(x) = (3x^2 - 5x - 2)' = 6x - 5 = 0$$

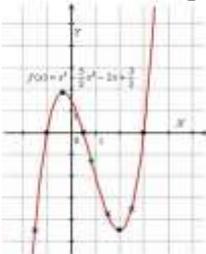
$$x = \frac{5}{6}$$

Определим знаки  $f''(x)$ :



График функции является выпуклым на  $(-\infty; \frac{5}{6})$  и вогнутым на  $(\frac{5}{6}; +\infty)$ . Вычислим ординату точки перегиба:  $f(\frac{5}{6}) = \frac{125}{216} - \frac{125}{72} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{143}{108} \approx -1,32$ .

Выполним чертёж:



**Примеры для самостоятельного решения:**

### Пример 1

Исследовать функцию и построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{x^4}{4}$$

### Пример 2

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и на основании результатов исследования построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

### Пример 3

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3}$$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 31**

**Тема: Исследование функции на монотонность и построение графиков.**

*Цель:*

- изучить построение графиков методами дифференциального исчисления

*Оснащение занятия:* учебник

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы Общая схема для построения графика функции**

1. Найти область определения функции  $D(f)$

2. Выяснить, не является ли функция чётной или нечётной, периодической. Функция является чётной, если для любого  $x$  из области определения функции выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$ . График чётной функции симметричен относительно оси ординат.

Функция является нечётной, если для любого  $x$  из области определения функции выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$ . График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Функция называется периодической, если существует такое число  $P$ , что для любого  $x$  из области определения функции выполняется равенство:

$$f(x-P) = f(x) = f(x+P).$$

3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.

$$x=0. y=\dots \quad y=0. x=\dots$$

4. Найти асимптоты графика функции.

Асимптотой называется прямая, к которой неограниченно приближается точка графика функции при неограниченном удалении от начала координат. График функции имеет вертикальную асимптоту при  $x \rightarrow a$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$ . График функции имеет горизонтальную асимптоту, если  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ .

График функции имеет наклонную асимптоту  $y = kx + b$ , если существуют такие числа  $k$  и  $b$ , что

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = k \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - kx = b$$

5. Найти промежутки монотонности и её экстремумы. Вычислить значения функции в точках экстремума.

6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба. Выпуклость вниз или вверх графика функции характеризуется знаком её второй производной: если в некотором промежутке  $f''(x) > 0$ , то график функции выпуклый вниз в этом промежутке; если же  $f''(x) < 0$ , то график функции выпуклый вверх. Точка графика функции, разделяющая промежутки выпуклости разных направлений этого графика, называется точкой перегиба.

7. Построить график, используя полученные результаты исследования.

### Пример 1

Исследовать функцию и по результатам исследования построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$$

**Решение:**

1) Функция определена и непрерывна на всей числовой прямой:  $D(f) = \mathbb{R}$ .

Проверим функцию на чётность/нечётность:

$$f(-x) = (-x)^3 - \frac{5}{2} \cdot (-x)^2 - 2 \cdot (-x) + \frac{3}{2} = -x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$$

$f(-x) \neq f(x)$ ,  $f(-x) \neq -f(x)$ , значит, данная функция не является чётной или нечётной.

Очевидно, что функция непериодическая.

2) Асимптоты, поведение функции на бесконечности.

Так как функция непрерывна на  $\mathbb{R}$ , то вертикальные асимптоты отсутствуют.

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( x^2 - \frac{5}{2}x - 2 + \frac{3}{2x} \right) = +\infty$$

Нет и наклонных асимптот.

3) Нули функции и интервалы знакопостоянства.

Сначала найдём точку пересечения графика с осью ординат. Это просто. Необходимо вычислить значение функции при  $x = 0$ :

$$y = f(0) = 0^3 - \frac{5}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Чтобы найти точки пересечения с осью  $Ox$  (нули функции) требуется решить уравнение  $f(x) = 0$ ,

$$\text{или} \quad x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$$

Проверим числа  $x = 1, x = -1$ :

$$f(1) = 1^3 - \frac{5}{2} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + \frac{3}{2} = 1 - \frac{5}{2} - 2 + \frac{3}{2} = -2 \neq 0 \quad \text{— не подходит;}$$

$$f(-1) = (-1)^3 - \frac{5}{2} \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + \frac{3}{2} = -1 - \frac{5}{2} + 2 + \frac{3}{2} = 0 \quad \text{— подходит!}$$

Однако у нас есть красивый корень  $x = -1$ , поэтому делим многочлен  $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$  на  $(x+1)$  без остатка:

В итоге левая часть исходного уравнения  $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$  раскладывается в произведение:

$$(x+1) \cdot \left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

Уравнение  $x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$  имеет два действительных корня  $x = \frac{1}{2}, x = 3$ .

На числовой прямой отложим найденные значения  $x = -1, x = \frac{1}{2}, x = 3$  и **методом интервалов** определим знаки функции:

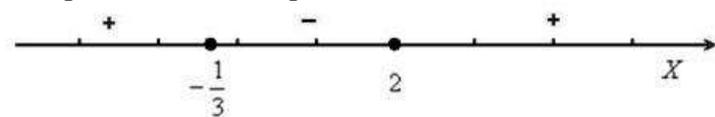


Таким образом, на интервалах  $(-\infty, -1), \left(\frac{1}{2}, 3\right)$  график расположен ниже оси абсцисс ( $f(x) < 0$ ), а на интервалах  $(-1, \frac{1}{2}), (3, +\infty)$  — выше данной оси ( $f(x) > 0$ ).

4) Возрастание, убывание и экстремумы функции.

Найдём критические точки:  $f'(x) = \left(x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}\right)' = 3x^2 - 5x - 2 = 0$

Данное уравнение имеет два действительных корня  $x = -\frac{1}{3}, x = 2$ . Отложим их на числовой прямой и определим знаки производной:



Следовательно, функция возрастает на  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (2, +\infty)$  и убывает на  $\left(-\frac{1}{3}, 2\right)$ . В точке  $x = -\frac{1}{3}$

функция достигает максимума:  $f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27} - \frac{5}{18} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{50}{27} \approx 1,85$

$$f(2) = 8 - 10 - 4 + \frac{3}{2} = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2}$$

В точке  $x = 2$  функция достигает минимума:

Установленные факты загоняют наш шаблон в довольно жёсткие рамки:

5) Выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Найдём критические точки второй производной:

$$f''(x) = (3x^2 - 5x - 2)' = 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Определим знаки  $f''(x)$ :



График функции является выпуклым на  $(-\infty; \frac{5}{6})$  и вогнутым на  $(\frac{5}{6}; +\infty)$ . Вычислим ординату точки перегиба:  $f(\frac{5}{6}) = \frac{125}{216} - \frac{125}{72} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{143}{108} \approx -1,32$ .

### Примеры для самостоятельного решения

#### Пример 1

Исследовать функцию и построить график.

$$y = x^3 - 3x^2$$

#### Пример 2

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и на основании результатов исследования построить её график.

$$y = x^4 - 2x^2 - 3$$

#### Пример 3

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и построить её график.

$$y = 3x^5 - 5x^3$$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32

**Тема: Исследование функции на монотонность и построение графиков.**

*Цель:*

- изучить построение графиков методами дифференциального исчисления

*Оснащение занятия:* учебник

#### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 147-149

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 150 № 300,301

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 33

**Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции**

*Цель*

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

*Оснащение занятия:* учебник

#### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.191-192.

*Задание 2.* Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.242 № 9.45 А; Б; В

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 34**

**Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции**

*Цель*

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

**Задание.** Выполнить задания.

1. Знать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке.
2. Уметь решать задачи следующего вида:

**Часть А. (обязательный уровень):**

а). Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$

на промежутке  $[1;4]$

б). Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 1 + 8x - x^2$

на промежутке  $[2;5]$

в). Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x^2 - 18x + 1$

на промежутке  $[1;4]$

г). Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 5 - 8x - x^2$  на промежутке  $[-6;-3]$

**Часть В. (на оценку 4):**

а). Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3$  на промежутке  $[-1;4]$ .

б). Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$  на промежутке  $[-4;4]$ .

**Часть С. (на оценку 5):**

а). Разбейте число 8 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма квадрата первого слагаемого и куба второго слагаемого была наименьшей.

б). Разбейте число 6 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата первого слагаемого и второго слагаемого было наибольшим.

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 35**

**Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции**

*Цель*

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

**Задание.** Выполнить задания. А. Н. Колмогоров. алгебра и начала анализа стр.153 № 307-310

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 36

**Тема: Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах**

*Цель*

- научиться с помощью производной решать задачи на нахождение оптимального результата

*Оснащение занятия: учебник*

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### Порядок выполнения работы

*Задание 1*. Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.252 № 9.68 ; 9.69; 9.70

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 37

**Тема: Изучение правила вычисления первообразной**

*Цель*

- ознакомиться с понятием первообразной, интеграла и его вычислением по формуле Ньютона-Лейбница

*Оснащение занятия: учебник*

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### Порядок выполнения работы

*Задание 1*. Ознакомиться с теоретическим материалом. В тетрадь для практических работ выписать формулы и решенные примеры

*Задание 1*. Выполнить задания по вычислению интегралов

### Основные теоретические сведения:

Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на замкнутом интервале  $[a, b]$ . **Определенный интеграл** от функции  $f(x)$  в пределах от  $a$  до  $b$  вводится как предел суммы бесконечно большого числа слагаемых, каждое из которых стремится к нулю:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \max \Delta_i x \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta_i x,$$

где

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta_i x = f(x_1) \Delta_1 x + f(x_2) \Delta_2 x + \dots + f(x_k) \Delta_k x + \dots + f(x_n) \Delta_n x.$$

### Свойства определенного интеграла

Ниже предполагается, что  $f(x)$  и  $g(x)$  - непрерывные функции на замкнутом интервале  $[a, b]$ .

1.  $\int_a^b 1 dx = b - a$

2.  $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx,$

где  $k$  - константа;

3.  $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$

$$4. \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \text{ где } a < c < b;$$

$$5. \text{ Если } 0 \leq f(x) \leq g(x) \text{ для всех } x \in [a, b], \text{ то } 0 \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

$$6. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$7. \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$8. \text{ Если } f(x) \geq 0 \text{ в интервале } [a, b], \text{ то } \int_a^b f(x) dx \geq 0.$$

### Основные формулы интегрирования.

$$1. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C; \alpha \neq -1$$

$$2. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$3. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$4. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$5. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

### Формула Ньютона-Лейбница

Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на замкнутом интервале  $[a, b]$ . Если  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$  на  $[a, b]$ , то

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

### Пример 1

$$\int_0^2 (x^3 - x^2) dx$$

Вычислить интеграл

Решение.

Применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем

$$\int_0^2 (x^3 - x^2) dx = \left( \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \left( \frac{16}{4} - \frac{8}{3} \right) - 0 = \frac{4}{3}.$$

### Пример 2

$$\int_0^1 (\sqrt[3]{t} - \sqrt{t}) dt$$

Вычислить интеграл

$$\int_0^1 (\sqrt[3]{t} - \sqrt{t}) dt = \int_0^1 (t^{1/3} - t^{1/2}) dt = \left( \frac{t^{1/3+1}}{1/3+1} - \frac{t^{1/2+1}}{1/2+1} \right) \Big|_0^1 = \left( \frac{3t^{4/3}}{4} - \frac{2t^{3/2}}{3} \right) \Big|_0^1 = \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) - 0 = \frac{1}{12}.$$

Решение.

### Примеры для самостоятельного решения:

$$1. \int_{-1}^2 (2x - 5) dx$$

$$2. \int_{-2}^1 (3x^2 - 4x + 1) dx$$

$$3. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (2\cos x - \sin x) dx$$

$$4. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3dx}{\cos^2 x}$$

$$5. \int_0^4 \sqrt{2x+1} dx$$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 38

**Тема: Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей**

*Цель:*

- изучить геометрический смысл определенного интеграла
- научиться применять формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла

*Оснащение занятия:* учебники.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 183-185

*Задание 2.* Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 186-187 № 359, № 362, № 363

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 39

**Тема: Контрольная работа по теме «Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции. Первообразная функции. Правила нахождения первообразных. Ее применение»**

*Цель*

- рассмотреть применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

*Оснащение занятия:* лекция

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Выполнить задания по вычислению первообразной и её применение для вычисления площадей плоских фигур

**Задание 1.** Найдите все первообразные для функции  $f(x)$

а)  $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

б)  $f(x) = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{\cos^2 x}$

в)  $f(x) = (4 - 3x)^7$

**Задание 2.** Найдите первообразную для заданной функции  $f(x)$ , график которой проходит через точку  $M$ :

а)  $f(x) = 6x - 7$ ;  $M(-2; 11)$

б)  $f(x) = 2\sin x$ ;  $M(0; 2)$

в)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ;  $M(3; 1)$

**Задание 3.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^2 + 3x$  и  $y = 0$

б)  $y = 6x - x^2$  и  $y = x + 4$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 40** **Тема: Куб. Пирамида и её элементы.**

**Цель**

- познакомиться с понятием куба, пирамиды и её элементов

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.145-147

*Задание 2.* Ответить на вопросы и выполнить задания стр. 147 № 1-4

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 41** **Тема: Правильная пирамида**

**Цель**

- научиться решать задачи на вычисление поверхности правильной пирамиды

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 219-224

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 42**

**Тема: Вычисление элементов пространственных фигур. Правильные многогранники.**

**Цель**

- изучить виды правильных многогранников
- научиться решать задачи на правильные многогранники

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы  
 оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы  
 оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 290-293

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ  
 Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 43**

**Тема: Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.**

### *Цель*

- научиться решать задачи про конус

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы  
 оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы  
 оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

*Задание 2.* Решить предложенные задачи.

### **Основные теоретические сведения**

Когда человеку стали необходимы тела вращения? Археологические раскопки показывают, что кувшинами из глины, копьями люди пользовались еще до нашей эры. А теперь тела вращения окружают нас повсюду: в быту, технике и на производстве. Геометрические тела, такие как конус, цилиндр, шар, усеченный конус, используют чаще всего в совокупности с другими телами или друг с другом. Например, в технике любой узел станков и механизмов есть сочетание тел вращения с многогранниками, любую проволочку, трубу можно рассматривать как цилиндр пустой. На производстве приходится пользоваться гвоздями, которые представляют собой сочетание цилиндра, конуса, усеченного конуса, и киянкой - сочетание параллелепипеда и цилиндра.

Если люди издавна пользовались телами вращения в быту, то поэтому, вероятно, их так много сохранилось до наших дней. Это кастрюли, стаканы, бутылки, вазы, ведра и многое другое. Но самое большое применение нашли тела вращения в технике. Поэтому сейчас создано много различных станков для получения тел вращения. Конструкторы машин вычисляют вес любой детали сначала по чертежу, поэтому очень важно уметь вычислять поверхность не только отдельного геометрического тела, но и совокупность их. Без труб сантехнику не обойтись, втулка насоса с которым надо работать состоит из совокупности цилиндров. Можно сказать, что тела вращения находят свое применение во .

1. **Конус** – тело, которое состоит из круга – основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Конус получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг катета.

2. г. S – вершина конуса

Круг(O,OA) – основание конуса

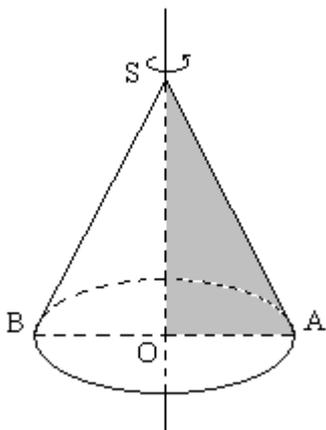
SA=SB – образующие конуса

Отрезок SO – высота конуса

Прямая SO – ось конуса

3. а) осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник

б) сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину – равнобедренный треугольник



в) сечение конуса плоскостью, перпендикулярно оси симметрии – круг

4. а) вписанная пирамида – пирамида, основание которой есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые ребра пирамиды – образующие конуса

б) Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

Описанная пирамида – пирамида, у которой основанием служит многоугольник, описанный около основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые грани – касательные плоскости конуса.

Решение задач

1. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг его оси симметрии, параллельной большей стороне
2. Радиус основания цилиндра равен 6 см, высота в два раза меньше длины окружности основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра
3. Найдите объем тела, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 6 см вокруг прямой, проходящей через середины его больших сторон.
4. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг большей стороны.
5. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
6. Высота цилиндра равна 6 см, а площадь его боковой поверхности вдвое меньше площади его полной поверхности. Найдите объем цилиндра.
7. Радиус основания цилиндра равен 4 см, высота в 2 раза больше длины окружности основания. Найдите объем цилиндра.
8. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $64 \text{ см}^2$ , а его образующая равна диаметру основания.
9. Высота конуса равна 4, а диаметр основания — 6. Найдите образующую конуса.
10. Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5. Найдите диаметр основания конуса.
- 11 Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей 5. Найдите высоту конуса.

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

#### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 44**

**Тема: Сечение конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра, сечения шара, конические сечения. Развертка конуса и цилиндра.**

*Цель*

- изучить виды сечений конуса
- научиться решать задачи на сечения конуса

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 124-126; № 557-564

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

#### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 45**

**Тема: Объем куба и прямоугольного параллелепипеда.**

*Цель:*

- научиться решать задачи на вычисление объемов многогранников

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

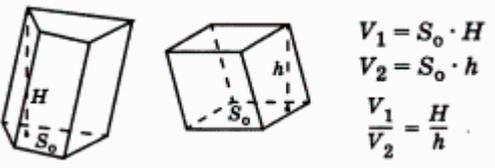
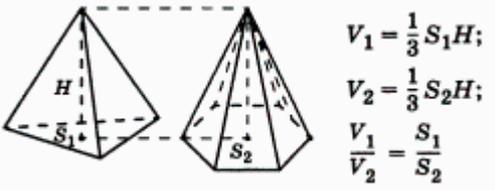
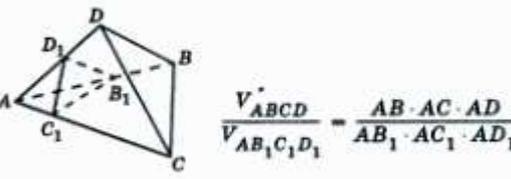
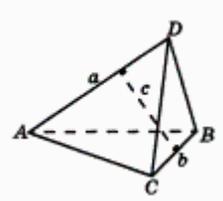
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

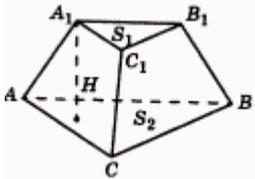
### Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Сделать конспект

Задание 2. Решить задачи.

### Основные теоретические сведения

<p><b>Объемы равных тел равны.</b> Если тело разбито на несколько тел, не имеющих общих внутренних точек, то его объем равен сумме объемов <i>этих</i> тел.</p> <p><b>Отношение объемов</b> подобных тел равно <b>кубу</b> коэффициента подобия.</p>	
<p><b>Объем призмы</b> равен: произведению площади ее основания на высоту <math>V = S_0 \cdot H</math></p> <p>произведению площади ее перпендикулярного сечения на боковое ребро <math>V = S_{\perp} \cdot l</math></p>	
<p><b>Объем пирамиды</b> равен одной трети произведения площади ее основания на высоту. <math>V = \frac{1}{3} S_0 \cdot H</math></p>	
<p><b>Объемы призм (пирамид), имеющих равновеликие основания, относятся как их высоты.</b></p> <p><b>Объемы призм (пирамид), имеющих равные высоты, относятся как площади их оснований.</b></p>	
<p><b>Объемы тетраэдров, имеющих общий трехгранный угол, относятся как произведения ребер, содержащих этот угол.</b></p>	
<p><b>Объем тетраэдра</b> может быть найден по формуле: <math>V = \frac{1}{6} a b c \sin \varphi</math>,</p> <p>где <math>a</math> и <math>b</math> — длины скрещивающихся ребер, <math>c</math> — расстояние между ними, <math>\varphi</math> — угол между ними.</p>	

<p><b>Объем усеченной пирамиды</b></p> $V = \frac{1}{3} H \cdot (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$	
<p><b>Объем многогранника</b> можно получить, разбив его на не имеющие общих внутренних точек тетраэдры (<b>триангуляция</b>) и суммировав их объемы.</p>	
<p>Если в многогранник <b>можно вписать шар</b>, то объем многогранника равен:</p> $V = \frac{1}{3} S_{\text{полн}} R$ <p><math>R</math> — радиус вписанного шара,  <math>S_{\text{полн}}</math> — площадь полной поверхности многогранника.</p>	

**Решение задач с практическим содержанием.**

1. Классное помещение должно быть таким, чтобы на одного обучающегося приходилось не менее  $6\text{ м}^3$  воздуха. Можно ли в помещении с параметрами  $a = 7,5\text{ м}$ ,  $b = 5\text{ м}$ ,  $c = 3,3\text{ м}$  заниматься 25 обучающимся, не нарушая санитарной нормы?
2. Клумба для цветов имеет форму прямой треугольной призмы. Сколько воды выпало за сутки на треугольную клумбу (основа – правильный треугольник) со стороной 4м? Суточное выпадение осадков составило 30мм ( по высоте клумбы).

**Задачи на развитие пространственного воображения**

1. На рисунке представлена фотография здания. Назовите геометрические фигуры, из которых



состоит это здание.

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ  
 Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 46**  
**Тема: Объем призмы и цилиндра.**

2. *Цель:*
3. - научиться решать задачи на вычисление объемов призмы и цилиндра
4. **Критерии оценок**
5. оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
6. оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
7. оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**8. Порядок выполнения работы**

**Задачи на вычисление объема.**

9. Дан прямой параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Стороны основания равные 7м. и 4м. образуют угол в  $30^\circ$ , боковое ребро равно 5м. Найдите площадь основания и объем параллелепипеда.
10. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Сторона куба равна 15см. Вычислить площадь основания, диагональ и объём куба.
11. В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 1. Найдите высоту пирамиды.
12. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , объём которого равен  $1000\text{м}^3$ . вычислите площадь основания, диагональ и сторону куба.
13. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Основание  $ABCD$  - прямоугольник, большая сторона которого равна 20см, а диагональ основания равна 25см.. Определите площадь основания и высоту, если объём фигуры равен  $5250\text{см}^3$
14. Дана наклонная призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Основание  $ABCD$  – параллелограмм, стороны которого равны 14см и 8см. Высота основания образует со стороной  $AB$  угол в  $60^\circ$ . Определите площадь основания и объём фигуры, если высота параллелепипеда равна 19см.

**Разгадывание ребусов.** Необходимо разгадать термины, связанные с темой урока (пирамида, призма, куб)



*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 47** **Тема: Объемы пирамиды и конуса.**

*Цель:*

- научиться решать задачи на вычисление объемов пирамиды, конуса и шара

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Записать формулы**

**Объём любой пирамиды** равен одной трети произведения площади основания на высоту.  $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$ .

**Объем конуса**  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

**Объем шара**  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

**Решить задачи:**

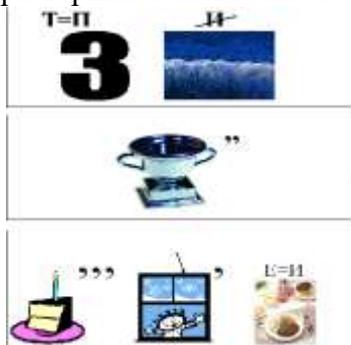
1). Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9м и 12м. Все боковые рёбра равны 12, 5м. Найдите объём пирамиды.

2). Основание пирамиды – равнобедренный треугольник со сторонами 6см, 6см, 8см. Все боковые ребра равны 9см. Найдите объём пирамиды.

3). В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 3см, площадь боковой поверхности равна  $80\text{см}^2$ . Найдите объём пирамиды.

4). В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6см, площадь боковой поверхности в два раза больше площади основания. Найдите объём пирамиды.

- 5). Высота правильной четырехугольной пирамиды равна бсм и образует с боковой гранью угол  $30^{\circ}$ . Найдите объем пирамиды.
- 6). В правильной четырехугольной пирамиде апофема образует с плоскостью основания угол  $60^{\circ}$ . Высота пирамиды равна бсм. Найдите объем пирамиды.
- 7). Найти площадь полной поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 8см и 15см вокруг большего катета.
- 8). Образующая конуса равна 5см, площадь его боковой поверхности  $15\pi\text{см}^2$ . Найдите объем конуса.
- 9). Радиус основания конуса равен 5см, а образующая конуса равна 13см. Найдите объем конуса.
- 10). Высота конуса равна 5см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^{\circ}$ . Найдите объем конуса.



*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 48**

**Тема: объем шара**

- изучить формулу объема шара

- научиться решать задачи

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 138-139; № 640-646

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 49**

**Тема: Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная)**

- изучение симметрии в пространстве

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

**Порядок выполнения работы**

**Задание.** Подготовка рефератов, презентаций и сообщений обучающимися на тему «Симметрия в природе, архитектуре, технике и быту»

*Контроль знаний обучающихся:*

- оценка проделанной работы

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 50

Тема: *Обобщение представлений о правильных многогранниках Примеры симметрий в профессии.*

*Цель*

- изучение симметрии в природе, архитектуре, технике и быту

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание.** Подготовка рефератов, презентаций и сообщений обучающимися на тему «Симметрия в природе, архитектуре, технике и быту»

*Контроль знаний обучающихся:*

- оценка проделанной работы

-

•

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 51

Тема: **Контрольная работа по теме: «Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения»**

*Цель*

контроль знаний

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание.** Решить задачи.

**Контрольная работа по теме: «Тела вращения».**

### Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 90 минут
- Вы можете воспользоваться формулами для вычисления поверхностей и объемов тел вращения

### Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых трех заданий
- оценка «4» ставится за выполнение любых четырех заданий
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

### **Формулы:**

**Цилиндр:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = 2\pi RH$ ;  $S_{\text{п.п.}} = 2\pi R(H + R)$ ;

$V = \pi R^2 H$ ;

**Конус:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = \pi RL$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi R(R + L)$ ;

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ ;

**Усеченный конус:**  $S_{\text{н.осн.}} = \pi r^2$ ;  $S_{\text{в.осн.}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2(r + R)H$ ;

$S_{\text{б.п.}} = \pi(r + R)L$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$ ;  $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ;

**Шар. Сфера.**  $S = 4\pi R^2$ ;  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ;

### **Вариант 1**

#### **Задачи:**

1. Прямоугольник с диагональю 10 см и одной из сторон 6 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 15 см, а радиус 4,5 см. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.
3. Длина образующей конуса 12 см составляет с основанием угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.

4. Высота усечённого конуса 12 см, а радиусы оснований 18 см и 13 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.

5. 64 одинаковых металлических шарика радиусом 6 см каждый сплавил в один. Найдите радиус получившегося шара.

### Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

#### Вариант 2

#### Формулы:

**Цилиндр:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = 2\pi RH$ ;  $S_{\text{п.п.}} = 2\pi R(H + R)$ ;  
 $V = \pi R^2 H$ ;

**Конус:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = \pi RL$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi R(R + L)$ ;  
 $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ ;

**Усечённый конус:**  $S_{\text{н.осн.}} = \pi r^2$ ;  $S_{\text{в.осн.}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2(r + R)H$ ;  
 $S_{\text{б.п.}} = \pi(r + R)L$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$ ;  $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ;

**Шар. Сфера.**  $S = 4\pi R^2$ ;  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ;

#### Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 20 см и одной из сторон 12 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.

2. Диагональ осевого сечения цилиндра 25 см, а высота 24 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.

3. Длина образующей конуса 8 см, а угол при вершине осевого сечения - прямой. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.

4. Высота усечённого конуса 12 см, а радиусы оснований 11 см и 6 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.

5. Сколько металлических шариков радиусом 2 см каждый можно отлить, расплавив один шарик радиусом 4 см?

### Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

#### Вариант 3

#### Формулы:

**Цилиндр:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = 2\pi RH$ ;  $S_{\text{п.п.}} = 2\pi R(H + R)$ ;  
 $V = \pi R^2 H$ ;

**Конус:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = \pi RL$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi R(R + L)$ ;  
 $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ ;

**Усечённый конус:**  $S_{\text{н.осн.}} = \pi r^2$ ;  $S_{\text{в.осн.}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2(r + R)H$ ;  
 $S_{\text{б.п.}} = \pi(r + R)L$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$ ;  $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ;

**Шар. Сфера.**  $S = 4\pi R^2$ ;  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ;

#### Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 13 см и одной из сторон 5 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.

2. Диагональ осевого сечения цилиндра 20 см, а высота 16 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.

3. Длина образующей конуса 10 см, а угол при вершине осевого сечения -  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.

4. Высота усечённого конуса 15 см, а радиусы оснований 20 см и 12 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.

5. Сколько металлических шариков радиусом 2 см каждый можно отлить, расплавив один шарик радиусом 6 см?

### Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

#### Вариант 4

#### Формулы:

**Цилиндр:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = 2RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = 2\pi RH$ ;  $S_{\text{п.п.}} = 2\pi R(H + R)$ ;  
 $V = \pi R^2 H$ ;

**Конус:**  $S_{\text{осн}} = \pi R^2$ ;  $S_{\text{ос.сеч.}} = RH$ ;  $S_{\text{б.п.}} = \pi RL$ ;  $S_{\text{п.п.}} = \pi R(R + L)$ ;

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H;$$

**Усечённый конус:**  $S_{н.осн.} = \pi r^2;$   $S_{в.осн.} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H;$   
 $S_{б.п.} = \pi(r + R)L;$   $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L;$   $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2);$

**Шар. Сфера.**  $S = 4\pi R^2;$   $V = \frac{4}{3}\pi R^3;$

#### Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 17 см и одной из сторон 15 см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 15 см, а высота 9 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
3. Образующая конуса длиной 6 см составляет с основанием угол  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
4. Высота усечённого конуса 8 см, а радиусы оснований 13 см и 7 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.
5. 8 одинаковых металлических шарика радиусом 10 см каждый сплавляли в один. Найдите радиус получившегося шара.

#### Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

##### Вариант 5

##### Формулы:

**Цилиндр:**  $S_{осн} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = 2RH;$   $S_{б.п.} = 2\pi RH;$   $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R);$   
 $V = \pi R^2 H;$

**Конус:**  $S_{осн} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = RH;$   $S_{б.п.} = \pi RL;$   $S_{п.п.} = \pi R(R + L);$   
 $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H;$

**Усечённый конус:**  $S_{н.осн.} = \pi r^2;$   $S_{в.осн.} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H;$   
 $S_{б.п.} = \pi(r + R)L;$   $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L;$   $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2);$

**Шар. Сфера.**  $S = 4\pi R^2;$   $V = \frac{4}{3}\pi R^3;$

#### Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 5 см и одной из сторон 3 см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 17 см, а радиус 4 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
3. Образующая конуса длиной 4 см составляет с основанием угол  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
4. Высота усечённого конуса 9 см, а радиусы оснований 15 см и 3 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.
5. 216 одинаковых металлических шарика радиусом 7 см каждый сплавляли в один. Найдите радиус получившегося шара.

#### Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

##### Вариант 6

##### Формулы:

**Цилиндр:**  $S_{осн} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = 2RH;$   $S_{б.п.} = 2\pi RH;$   $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R);$   
 $V = \pi R^2 H;$

**Конус:**  $S_{осн} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = RH;$   $S_{б.п.} = \pi RL;$   $S_{п.п.} = \pi R(R + L);$   
 $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H;$

**Усечённый конус:**  $S_{н.осн.} = \pi r^2;$   $S_{в.осн.} = \pi R^2;$   $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H;$   
 $S_{б.п.} = \pi(r + R)L;$   $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L;$   $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2);$

**Шар. Сфера.**  $S = 4\pi R^2;$   $V = \frac{4}{3}\pi R^3;$

#### Задачи:

1. Прямоугольник с площадью  $8 \text{ см}^2$ , одна сторона которого на 2 см больше другой, вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Высота цилиндра на 10 см больше радиуса основания, полная поверхность цилиндра  $144 \text{ см}^2$ . Найдите радиус основания и высоту.

3. Треугольник со сторонами 10, 17 и 21 см вращается вокруг большей стороны. Определите объём и площадь полной поверхности полученного тела вращения.

4. Равнобедренная трапеция с параллельными сторонами 7 и 17 см вращается вокруг средней высоты. Площадь трапеции  $144 \text{ см}^2$ . Определите объём тела вращения.

5. Сколько металлических шариков радиусом 3 см можно отлить, расплавив шар радиусом 9 см?

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 52

### Тема: Преобразование иррациональных выражений

*Цели:*

- научиться преобразовывать иррациональные выражения

*Оснащение занятия:* учебники.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. Стр. 44-47

*Задание 2.* Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.25

Решить 3.3 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 53

### Тема: Понятие степени с рациональным показателем

*Цели:*

- изучить определение и свойства степени с рациональным показателем

*Оснащение занятия:* учебники.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. Стр. 34-37

*Задание 2.* Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.25

Решить 2.3 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ  
Работу сдать после занятия

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 54

**Тема: Степенные функции, их свойства и графики**

- изучить степенные функции

*Оснащение занятия:* учебники.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 209-212

*Задание 2.* Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.30

Решить 2.7 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

#### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 55

**Тема: Решение иррациональных уравнений.**

*Цели:*

- научиться решать иррациональные уравнения

*Оснащение занятия:* учебники.

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание Решить иррациональные уравнения:*

1.  $\sqrt{x+2} = x$

2.  $\sqrt{3x+7} = 1-x$

3.  $\sqrt{4x-3} = 6-x$

4.  $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$

5.  $\sqrt{2x-1} - x + 2 = 0$

6.  $2\sqrt{x} = x - 3$

7.  $1 + \sqrt{4x+5} = 2x + 2$

8.  $\sqrt{2x^2 - 8x + 9} = 2x - 5$

9.  $\sqrt{x^2 + 3x - 3} = 2x - 3$

10.  $\sqrt{x^2 + 5x + 1} + 1 - 2x = 0$

11.  $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0$

12.  $\sqrt{3x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 6x + 13}$

13.  $\sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-4}$

14.  $\sqrt{1-2x} - 3 = \sqrt{16+x}$

15.  $\sqrt{x+5} + 1 = \sqrt{36-x}$

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

#### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ  
Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 56

**Тема: Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом**

Цели:

Цели:

- научиться решать простейшие показательные уравнения методом уравнивания показателей

Оснащение занятия: учебники.

### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

#### **Основные теоретические сведения:**

#### **Степени чисел от 0 до 10**

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2^n$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$3^n$	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
$4^n$	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
$5^n$	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
$6^n$	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
$7^n$	1	7	49	343	2401	16807	117649				
$8^n$	1	8	64	512	4096	32768					
$9^n$	1	9	81	729	6561	59049					
$10^n$	1	10	100	1000	10000						

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math></li> <li>2. <math>\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}</math></li> <li>3. <math>(a^m)^n = a^{m \cdot n}</math></li> <li>4. <math>a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n</math></li> <li>5. <math>a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}</math></li> <li>6. <math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math></li> <li>7. <math>a^0 = 1</math></li> <li>8. <math>\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}</math></li> <li>9. <math>\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}</math></li> <li>2. <math>\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}</math></li> <li>3. <math>\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}</math></li> <li>4. <math>\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m</math></li> <li>5. <math>\sqrt[n-k]{a^{n-k}} = \sqrt[n]{a^m}</math></li> <li>6. <math>\sqrt[n]{a^n} = a</math></li> <li>7. <math>a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}</math></li> </ol>

Уравнения вида  $a^{f(x)} = b$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  называются простейшими показательными уравнениями.

Если  $b \leq 0$ , то уравнение решений не имеет.

Если  $b > 0$ , то существует такое число  $c$ , что  $b = a^c$ . Тогда  $a^{f(x)} = a^c$  ( в силу монотонности функции  $y = a^t$  ) равносильно уравнению  $f(x) = c$ .

#### **Примеры для самостоятельного решения**

### 1 вариант

а)  $3^{x-4} = 1$

б)  $2^{7-3x} = 0.5^{x-4}$

в)  $\frac{1}{8} * \sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1.25}$

г)  $3^{|x|+2} = 27$

### 2 вариант

а)  $0.8^{2x-3} = 1$

б)  $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4.5^{x-2}$

в)  $10^{2x} = 0.1 * \sqrt{1000}$

г)  $2^{|x|-1} = 8$

### Решение уравнений методом уравнивания показателей

#### Решение уравнений вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Указания Разделив обе части уравнения на  $b^{f(x)} \neq 0$ ,

получим  $\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$ , где  $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ .  $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$ , отсюда  $f(x) = 0$

#### Примеры для самостоятельного решения

##### 1 вариант

а)  $3^{2x-5} = 2^{x-2.5}$

б)  $6^{2x+1} = 3^{3x+1} \cdot 2^{x+1}$

в)  $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$

##### 2 вариант

а)  $14^{x-2} = 13^{2-x}$

б)  $2^{x+3} = 3^{x+1} + 3^{x+2}$

в)  $2^{3x+7} + 5^{3x+4} + 2^{3x+5} - 5^{3x+5} = 0$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

#### Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 57

### Тема: Решение показательных неравенств

Цели:

- научиться решать показательные неравенств

Оснащение занятия: учебники.

#### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

#### Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 221-222

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 223 № 467, № 472, № 473 № 474

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

#### Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 58

### Тема: Свойства логарифмов

Цели:

- научиться вычислять логарифмы по произвольному основанию

Оснащение занятия: учебники.

#### Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы  
 оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы  
 оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

### Порядок выполнения работы

**Задание 1.** Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

**Задание 2.** Записать все предложенные задания и решить предложенные задания.

### Основные теоретические сведения:

Приведём примеры для понимания самого смысла логарифма:

$$\log_3 9 = 2, \text{ так как } 3^2 = 9$$

$$\log_5 25 = 2, \text{ так как } 5^2 = 25$$

$$\log_3 81 = 4, \text{ так как } 3^4 = 81$$

**Определение:** логарифмом числа  $a$  по основанию  $b$  называется показатель степени, в который нужно возвести  $b$ , чтобы получить  $a$ .

$$\log_b a = x \quad b^x = a$$

причём  $a > 0, \quad b > 0, \quad b \neq 1$



Основное логарифмическое тождество:

$$b^{\log_b a} = a$$

Свойства логарифмов, которые необходимо всегда помнить:

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

\*Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

\*Логарифм частного (дроби) равен разности логарифмов сомножителей.

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

\*Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

\*Переход к новому основанию

Ещё свойства:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Рассмотрим примеры на вычисление логарифмических выражений:

### Пример 1.

Найдите значение выражения:

$$36^{\log_6 5}$$

$$36^{\log_6 5} = (6 \cdot 6)^{\log_6 5} = 6^{\log_6 5} \cdot 6^{\log_6 5} = 5 \cdot 5 = 25$$

Ответ: 25

**Пример 2.** Найдите значение выражения  $\log_4 8$ .

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 8 = \frac{1}{2} \cdot \log_2 8 = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1,5$$

Ответ: 1,5

**Пример 3.** Найдите значение выражения  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$

$$\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 \frac{1}{5} + \log_{2^{-1}} 4 = \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 4 =$$

$$\log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 4 = -1 \cdot \log_5 5 + \frac{1}{-1} \cdot \log_2 4 =$$

$$-\log_5 5 - \log_2 4 = -1 - 2 = -3$$

Ответ: -3

**Пример 4.** Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$$

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2$$

Ответ: 2

**Пример 5.** Найдите значение выражения:

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7}$$

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \cdot \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_7 7 = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = 2$$

Ответ: 2

**Пример 6.** Найдите значение выражения  $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \frac{1}{\log_3 0,8} \cdot \log_3 1,25 = \frac{\log_3 1,25}{\log_3 0,8} =$$

$$= \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = \log_{\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}} \frac{5}{4} = \frac{1}{-1} \cdot \log_{\frac{5}{4}} \frac{5}{4} = -1 \cdot 1 = -1$$

Ответ: -1

**Пример 7.** Найдите значение выражения:

$$5^{\log_{25} 49}$$

$$5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{25} 7^2} = 5^{2 \cdot \log_{25} 7} = (5^2)^{\log_{25} 7} =$$

$$= 25^{\log_{25} 7} = 7$$

Ответ: 7

**Пример 8.** Найдите значение выражения:

$$8^{2 \cdot \log_8 3}$$

$$8^{2 \cdot \log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Ответ: 9

**Пример 9.** Найдите значение выражения:

$$64^{\log_8 \sqrt{3}}$$

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8 \cdot 8)^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{\log_8 \sqrt{3}} \cdot 8^{\log_8 \sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

Ответ: 3

**Пример 10.** Найдите значение выражения:

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}}$$

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12$$

Ответ: 12

**Пример 11.** Найдите значение выражения:

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$$

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13} = \log_{13^{-1}} 13^{0,5} = \frac{1}{-1} \cdot \log_{13} 13^{0,5} = -1 \cdot 0,5 = -0,5$$

Ответ:  $-0,5$

**Пример 12.** Найдите значение выражения  $\log_3 8,1 + \log_3 10$ .

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3(8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

Ответ: 4

**Пример 13.** Найдите значение выражения:

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = \log_{13} 13^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5

**Пример 14.** Вычислите значение выражения:

$$(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$$

$$(3^{\log_2 3})^{\log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{\log_2 3} = 2^{\log_2 3} = 3$$

Ответ: 3

**Примеры для самостоятельного решения**

**Вариант 1**

1. Вычислить:

1.1.  $5,1^{\log_{5,1} 9}$ ;      1.2.  $7^{\log_7 16}$ ;      1.3.  $12^{1+\log_{12} 4}$ ;      1.4.  $\log_2 \frac{1}{32}$ ;

2. Вычислить:

2.1.  $2^{2+\log_2 5}$ ;      3.3.  $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$  .

3. Вычислить:

3.1.  $\log_5 50 - \log_5 2$ ;

3.2.  $\log_2 8^7$ ;

**Вариант 2**

1. Вычислить:

1.1.  $6,3^{\log_{6,3} 7}$ ;      1.2.  $5^{\log_5 13}$ ;      1.3.  $7^{2+\log_7 4}$ ;      1.4.  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;

1.6.  $5^{\log_5 0,2}$  .

2. Вычислить:

2.1.  $3^{1+\log_3 8}$ ;      3.2.  $5^{2\log_5 3}$ ;      3.3.  $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$ ;

3. Вычислить:

3.1.  $\log_4 192 - \log_4 3$ ;

3.2.  $\log_3 9^{10}$ ;

$$\log_4 192 - \log_4 3;$$

*наний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 59**

**Тема: Применение логарифма**

*Цель*

- изучение областей науки, в которых применяется логарифм

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание.** Подготовка презентаций и сообщений обучающимися на тему «Применение логарифма»

*Контроль знаний обучающихся:*

- оценка проделанной работы

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 60**

### **Тема: Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства**

*Цель*

- изучение логарифмической спирали и её свойств

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Задание.** Подготовка презентаций и сообщений обучающимися на тему «Логарифмическая спираль в природе. Её свойства»

*Контроль знаний обучающихся:*

- оценка проделанной работы

## **Тема: Перестановки, размещения, сочетания**

*Цель:*

- рассмотреть основные правила комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания и их применение к решению задач.

*Оснащение занятия:* учебник

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Н. В. Богомолов. практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений. стр. 257

*Задание 2.* Решить предложенные задания. стр. 259 №7-15

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 61**

### **Тема: Относительная частота события, свойство ее устойчивости.**

*Цель:*

- ознакомиться с теоретической частью и выполнить задания

*Оснащение занятия:* учебник

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Ответить на вопросы

Задание 3. Решить задачи

### Относительная частота. Устойчивость относительной частоты

Относительная частота наряду с вероятностью принадлежит к основным понятиям теории вероятностей.

*Относительной частотой* события называют отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний.

Таким образом, относительная частота события  $A$  определяется формулой

$$W(A) = m/n,$$

где  $m$  — число появлений события,  $n$  — общее число испытаний.

Сопоставляя определения вероятности и относительной частоты, заключаем: определение вероятности не требует, чтобы испытания производились в действительности; определение же относительной частоты предполагает, что испытания были произведены фактически. Другими словами, *вероятность вычисляют до опыта, а относительную частоту—после опыта.*

Пример I. Отдел технического контроля обнаружил 3 нестандартных детали в партии из 80 случайно отобранных деталей.

Относительная частота появления нестандартных деталей

$$W(A) = 3/80.$$

Пример 2. По цели произвели 24 выстрела, причем было зарегистрировано 19 попаданий.

Относительная частота поражения цели:

$$W(A) = 19/24.$$

Длительные наблюдения показали, что если в одинаковых условиях производят опыты, в каждом из которых число испытаний достаточно велико, то относительная частота обнаруживает свойство устойчивости. Это свойство состоит в том, что *в различных опытах относительная частота изменяется мало (тем меньше, чем больше произведено испытаний), колеблясь около некоторого постоянного числа.* Оказалось, что это постоянное число есть вероятность появления события.

Таким образом, если опытным путем установлена относительная частота, то полученное число можно принять за приближенное значение вероятности.

Проиллюстрируем свойство устойчивости на примерах.

Пример 3. По данным шведской статистики, относительная частота рождения девочек за 1935 г. по месяцам характеризуется следующими числами (числа расположены в порядке следования месяцев, начиная с января): 0,486; 0,489; 0,490; 0,471; 0,478; 0,482; 0,462; 0,484; 0,485; 0,491; 0,482; 0,473

Относительная частота колеблется около числа 0,482, которое можно принять за приближенное значение вероятности рождения девочек.

Заметим, что статистические данные различных стран дают примерно то же значение относительной частоты.

Пример 4. Многократно проводились опыты бросания монеты, в которых подсчитывали число появления «герба». Результаты нескольких опытов приведены в табл. 1.

**Таблица 1**

<b>Число бросаний</b>	<b>Число появлений «герба»</b>	<b>Относительная частота</b>
<b>4 040</b>	<b>2 048</b>	<b>0,5069</b>
<b>12 000</b>	<b>6 019</b>	<b>0,5016</b>
<b>24 000</b>	<b>12 012</b>	<b>0,5005</b>

Здесь относительные частоты незначительно отклоняются от числа 0,5, причем тем меньше, чем больше число испытаний. Например, при 4040 испытаниях отклонение равно

0.0069, а при 24000 испытаний - лишь 0,0006.

Приняв во внимание, что вероятность появления «герба» при бросании монеты равна 0,5, мы вновь убеждаемся, что относительная частота колеблется около вероятности.

**Ответьте на вопросы:**

1. Что такое относительная частота события?
2. Как вычислить относительную частоту появления буквы «и» тексте?
3. Зависит ли частота появления букв от текста (жанра, стиля)?
4. Где и как можно использовать полученные знания о постоянстве частоты появления каждой буквы?

**Решить задачи:**

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.
2. При обработке деталей на станке в среднем 4 % из них бывают с дефектами. Какова вероятность того, что каждые две детали из 30 взятых на проверку окажутся с дефектами?
3. В урне находятся 6 белых и 4 черных шара. Вынимают один за другим два шара. Найдите вероятность того, что оба шара окажутся черными.

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 621**

**Тема: Относительная частота события, свойство ее устойчивости.**

*Цель:*

- ознакомиться с теоретической частью и выполнить задания

*Оснащение занятия:* учебник

### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

**Решить задачи:**

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?  
1) 30                                      2) 100                                      3) 120                                      4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

- 1) 128                      2) 35960                      3) 36                      4) 46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

- 1) 10                      2) 60                      3) 20                      4) 30

4. Вычислить:  $6! - 5!$

- 1) 600                      2) 300                      3) 1                      4) 1000

5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

- 1)  $\frac{17}{45}$                       2)  $\frac{17}{43}$                       3)  $\frac{43}{45}$                       4)  $\frac{17}{45}$

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

- 1)  $\frac{3}{2}$                       2) 0,5                      3) 0,125                      4)  $\frac{1}{3}$

7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

- 1) 0,02                      2) 0,00012                      3) 0,0008                      4) 0,002

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 63**

**Тема: Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности**

*Цель:*

- рассмотреть статистическое определение вероятности и применение к решению задач.

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

#### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.72-73

*Задание 2.* Решить предложенные задания. стр. 74 №1 -10

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 64**

**Тема: Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности**

*Цель:*

- рассмотреть оценку вероятности

*Оснащение занятия:* учебник

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме Н. В. Богомолов Практические занятия по математике стр.266-267

*Задание 2.* Решить предложенные задания. стр. 267 №60-70

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

**Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 65**

**Тема: Работа с графиками, таблицами, диаграммами.**

*Цель:*

- рассмотреть первичную обработку статистических данных и её графическое представление

*Оснащение занятия:* учебник

#### **Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

### **Порядок выполнения работы**

*Задание 1.* Ознакомиться с теоретическими сведениями

*Задание 2.* Ответить на вопросы по теме

#### **Теоретические сведения по теме**

Целью освоения дисциплины «Первичная обработка и представление статистических данных» является получение студентами основ понимания фундаментальных статистических принципов, роли статистики в исследовании различных видов экономической деятельности, социальных и демографических процессов. Особенностью курса является наличие большого числа примеров из реальной практики, наглядно демонстрирующих разнообразие областей применения статистики, ее значимость для экономики и социальной сферы. При этом обучение студентов основным графическим и табличным представлениям данных, основам их статистической обработки позволяет сделать результаты расчетов более наглядными и доступными для понимания и интерпретации. В профессиональной деятельности и повседневной жизни мы сталкиваемся с большим потоком разнообразных данных: курсами валют, прибылями и убытками при проведении различных операций, процентными ставками....

Предлагаемый курс научит, как справиться с этим потоком, эффективно выделить из него необходимую для принятия рациональных решений информацию и представить ее лаконично и максимально наглядно. Знакомство с возможностями сбора и обработки данных будет опираться как на универсальные информационные технологии, так и на специализированные пакеты прикладных программ, а также сопровождаться большим количеством практических примеров и иллюстраций. За счет широкого применения компьютерных технологий в курсе значительное внимание уделяется интерпретации данных и статистических характеристик, получаемых по результатам расчетов. В результате освоения дисциплины студент должен: Знать: роль статистических методов в экономике и социальной сфере, сущность классификации статистических данных, методы их группировки и визуализации, основы статистического анализа данных, основные положения теории вероятностей и выборочного наблюдения; сущность формирования интегральных обобщающих показателей и индексов,

Уметь: классифицировать данные с учетом их размерности и шкалы измерения, рассчитывать основные статистические характеристики и показатели взаимосвязи и интерпретировать полученные результаты, строить и анализировать статистические таблицы и графики; Иметь навыки (приобрести опыт): поиска необходимой статистической информации; применения методов статистического анализа к решению конкретных проблем; расчета статистических показателей; анализа взаимосвязи признаков, проведения статистического анализа вариационных рядов с использованием Excel. Курс «Первичная обработка и представление статистических данных» предназначен для всех студентов, интересующихся возможностями статистического анализа широкого круга социально-экономических,

политических, социологических, культурологических и демографических проблем. Курс «Первичная обработка и представление статистических данных» изучается в рамках майнора «Прикладной статистический анализ» и ориентирован на студентов со знанием математики и экономики в объеме средней школы.

### **Ответить на вопросы**

Как называется способ представления статистической информации?

Сколько этапов включает статистическое наблюдение?

Какие бывают статистические методы?

Какие математические методы используют для статистической обработки данных?

*Контроль знаний обучающихся:*

- проверить практическую работу;

### **Требования к оформлению практической работы:**

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

-

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:**

1. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2019
2. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2019
3. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2020
4. Электронный учеб.- метод. комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2021
5. *Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2020