Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Добрянский гуманитарно–технологический техникум им. П. И. Сюзева»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ ОУД.04 «МАТЕМАТИКА»

для профессии
15.01.05 СВАРЩИК (РУЧНОЙ И ЧАСТИЧНО МЕХАНИЗИРОВАННОЙ СВАРКИ (НАПЛАВКИ)

Добрянка, 2024

РАССМОТРЕНО на заседании П(Ц)К общеобразовательных, гуманитарных и естественнонаучных дисциплин	ОДОБРЕНО методическим советом ГБПОУ ДГТТ им. П.И. Сюзева
Протокол № 6 «14» февраля 2024 г.	Протокол № 5 от «21» марта 2024 г.
Председатель П(Ц)К общеобразовательных, гуманитарных и естественнонаучных дисциплин _______________ Г.П. Трушникова	Методист _______________ О.Ю. Харламова Заведующий структурного подразделения _______________ М.К. Рябкова

Составитель: Трушникова Галина Петровна, преподаватель ГБПОУ «Добрянский гуманитарно-технологический техникум им. П.И. Сюзева»

Рецензенты:

Внешние:

Содержание

Пояснительная записка

Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине ОУД 04 «Математика» предназначены для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, а также для применения этих знаний при выполнении практических работ.

Перечень практических работ соответствует рабочей программе по дисциплине «Математика»

Выполнение студентами практических работ по дисциплине проводится с целью:

- закрепления полученных теоретических знаний по дисциплине;
- углубления теоретических знаний в соответствии с заданной темой;
- формирования умений решать практические задачи;
- развития самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования активных умственных действий студентов, связанных с поисками рациональных способов выполнения заданий;
- подготовки к экзамену.

Методические указания выполняют функцию управления самостоятельной работой студента, поэтому каждое занятие имеет унифицированную структуру, включающую определение целей занятия, оснащения занятия, порядок выполнения работы, а также задания и контрольные вопросы для закрепления темы.

При выполнении практических работ основным методом обучения является самостоятельная работа студентов под руководством преподавателя.

Студенты на практических занятиях в зависимости от формы и сложности заданий работают:

- индивидуально;
- в парах;
- в группах (4-6 чел.);
- всей группой.

По окончании работы студенты самостоятельно или с помощью преподавателя осуществляют взаимоконтроль, обсуждают результаты и подводят итоги работы.

Оценка преподавателем выполненной студентом работы осуществляется комплексно:
- по результатам выполнения заданий;
- по устной работе;
- оформлению работы.

Указания к выполнению практических работ

1. Практические работы нужно выполнять в отдельной тетради в клетку. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Организация выполнения и контроля практических работ по дисциплине «Математика» является подготовительным этапом к сдаче экзамена по данной дисциплине.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 1

Тема: Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.

Цели:

- повторить основные правила действий над положительными и отрицательными числами;
- повторить основные правила действий над дробями;
- повторить правила действий над степенями.

Оснащение занятия: конспект лекций.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение любых 24 заданий работы
оценка «3» ставится за выполнение любых 20 заданий работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме
2. Решить предложенные примеры

- **Теоретические сведения по теме:**

Сложение:

1) *при сложении двух чисел с одинаковыми знаками складываются их абсолютные величины и перед суммой ставится общий знак.*

Примеры: $(+6)+(+5)=11$;

$(-6)+(-5)=-11$.

2) *при сложении двух чисел с разными знаками их абсолютные величины вычитаются (из большей меньшая) и ставится знак числа с большей абсолютной величиной.*

Примеры: $(-6)+(+9)=3$;

$(-6)+(+3)=-3$.

Вычитание. *Можно заменить вычитание двух чисел сложением, при этом уменьшаемое сохраняет свой знак, а вычитаемое берётся с обратным знаком.*

Примеры:

$$(+8)-(+5)=(+8)+(-5)=3;$$
$$(+8)-(-5)=(+8)+(+5)=13;$$
$$(-8)-(-5)=(-8)+(+5)=-3;$$
$$(-8)-(+5)=(-8)+(-5)=-13;$$

Умножение. *При умножении двух чисел их абсолютные величины умножаются, а произведение принимает знак « + » , если знаки сомножителей одинаковы, и знак « – » , если знаки сомножителей разные.*

Полезна следующая схема (*правила знаков при умножении*):

$$+\cdot+=+$$
$$+\cdot-=-$$
$$-\cdot+=-$$
$$-\cdot-=+$$

При умножении нескольких чисел (двух и более) произведение имеет знак « + » , если число отрицательных сомножителей чётно, и знак « – » , если их число нечётно.

Пример:

$$\left(+\frac{2}{3}\right)\cdot(+3)\cdot(-4)\cdot(-6)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-12.$$

Деление. *При делении двух чисел абсолютная величина делимого делится на абсолютную величину делителя, а частное принимает знак « + » , если знаки делимого и делителя одинаковы, и знак « – » , если знаки делимого и делителя разные.* Здесь действуют *те же правила знаков, что и при умножении*:

$$+:+=+$$
$$+:-=-$$
$$-:+=-$$
$$-:-=+$$

Пример: $(-12):(+4)=-3$.

Сокращение дроби. *Значение дроби не меняется, если разделить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля*. Это преобразование называется *сокращением дроби*. Например,

$$\frac{18}{27}=\frac{2\cdot\cancel{9}}{3\cdot\cancel{9}}=\frac{2}{3};\qquad \frac{21}{28}=\frac{3\cdot\cancel{7}}{4\cdot\cancel{7}}=\frac{3}{4}.$$

Сложение и вычитание дробей. Если знаменатели дробей одинаковы, то для того, чтобы сложить дроби, надо сложить их числители, а для того, чтобы вычесть дроби, надо вычесть их числители (в том же порядке). Полученная сумма или разность будет числителем результата; знаменатель останется тем же. Если знаменатели дробей различны, необходимо сначала привести дроби к общему знаменателю. При сложении смешанных чисел их целые и дробные части складываются отдельно. При вычитании смешанных чисел рекомендуется сначала преобразовать их к виду неправильных дробей, затем вычесть из одной другую.

П р и м ер . $7\frac{1}{4} - 4\frac{2}{3} = \frac{29}{4} - \frac{14}{3} = \frac{87}{12} - \frac{56}{12} = \frac{31}{12} = 2\frac{7}{12}$.

Умножение дробей. Умножить некоторое число на дробь означает умножить его на числитель и разделить произведение на знаменатель. Следовательно, мы имеем общее правило умножения дробей: *для перемножения дробей необходимо перемножить отдельно их числители и знаменатели и разделить первое произведение на второе*.

П р и м е р . $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 9} = \frac{10}{63}$.

Деление дробей. *Для того, чтобы разделить некоторое число на дробь, необходимо умножить это число на обратную дробь*.

Примеры для самостоятельного решения по теме
«Действия над числами и дробями»

Вычислите:

1) $4{,}57 \cdot 96$ 2) $1591 : 37$

3) $1 - \frac{47}{63}$ 4) $30 - 13\frac{6}{7}$

5) $\frac{18}{35} \cdot \frac{15}{22}$ 6) $\frac{6}{7} : \frac{2}{3}$

7) $14 \cdot \frac{1}{4}$ 8) $\frac{8}{13} : 2$

9) $13 – 16 + 25 – 19$ 10) $(-3)^2 + 6 \cdot (-1)^3 - (-2)^3$

11) $1 – (-\frac{4}{5})^2$ 12) $1 – (-0{,}6)^2$

13) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ 14) $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$

15) $6{,}38 \cdot 49$ 16) $5488 : 98$

17) $1 - \frac{57}{72}$ 18) $10 - 8\frac{6}{7}$

19) $\frac{14}{25} \cdot \frac{15}{42}$ 20) $\frac{11}{24} : \frac{1}{6}$

21) $12 \cdot \frac{5}{6}$ 22) $\frac{16}{19} : 8$

23) $16 – 17 + 22 – 13$ 24) $(-2)^2 + 6 \cdot (-1)^7 - (-3)^3$

25) $1 – (-0.4)^2$ 26) $1 – (-\frac{7}{8})^2$

27) $\frac{5}{6} + \frac{2}{9}$ 28) $\frac{7}{11} - \frac{4}{5}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 2

Тема: Виды плоских фигур и их площадь. Практико-ориентированные задачи в курсе геометрии на плоскости

Цели:

- повторить основные виды плоских фигур и формулы для вычисления их площадей;
-

Оснащение занятия: задачник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Записать в тетрадь все виды плоских фигур, сделать чертежи и записать формулы для вычисления периметров и площадей.

Задание 2. Решить следующие задачи.

1. Чему равен периметр прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 73 см, а площадь равна 1320 см^2?

2. Чему равны стороны прямоугольника, если его периметр 74 дм, а площадь равна 3 м^2?

3. Найдите периметр ромба, зная, что его диагонали относятся как 5:12, а площадь равна 120 см^2.

4. Чему равна площадь равнобедренного треугольника, если его основание 120 м, а боковая сторона 100 м.

5. В равнобокой трапеции основания равны 10см и 24 см, боковая сторона 25 см. Найдите площадь трапеции.

6. Найдите все высоты треугольника, у которого стороны равны 13 см, 14 см и 15 см.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 3

Тема: Простые проценты, разные способы их вычислений

Цель:

- повторить понятие простых процентов и способы их вычислений;

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Записать в тетрадь лекцию

В банковской системе очень часто используют другие формулы для вычисления процентов по вложениям.
На этом занятии рассмотрим формулу "простых процентов", а на следующем формулу "сложных процентов".
Итак, формула для расчета простых процентов:

A=P*(1+IT), где T-количество периодов;
I-процентная ставка;
P-вкладываемая сумма;
A-получаемая сумма.

Задание 2. Решить следующие задачи.

Задача1. Вкладчик вложил 100000 рублей при простой ставке 3% годовых. Расчитайте какая сумма будет на его лицевом счету через 5 лет; 8 лет; 10 лет.

Задача2. Дисконтировать 800 рублей за 8 месяцев при простой ставке 12% в год.

Задача3. За 4 месяца при простой ставке 9% в год на счету у вкладчика стало 500 тыс. руб. Сколько он вложил в банк?

Задача4. Через сколько лет сумма вклада вырастет с 8000 рублей до 20000 рублей при простой ставке 15% годовых?

Задача5. Для обучения в ВУЗе необходимо 100000 рублей. Родители Оксаны положили в банк 65000 рублей под 6% годовых (простая ставка процента). Будет ли у них необходимая сумма, если пока Оксана в первом классе(считать обучение в школе 10 лет)?

Задача6. Антон хочет вложить свои 50000 рублей, чтобы через 5 лет получить 70000 рублей. Банк с какой процентной ставкой ему необходимо выбрать?

Задача7. Какую сумму нужно вложить в банк, чтобы через 3 года на счету было 59000 рублей, если процентная ставка банка равна 0,5% в месяц?

Задача8. Через сколько лет сумма 50000 рублей удвоиться при простой ставке процента 8% годовых?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 4

Тема: Сложные проценты

Цель:

- повторить понятие сложных процентов и способы их вычислений;

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Записать в тетрадь лекцию

Существует формула для начисления сложного процента:

$$\mathbf{S=A*(1+R)^T}$$

A- СУММА ВКЛАДА;

R- СТАВКА ПРОЦЕНТА;

T- КОЛИЧЕСТВО ПЕРИОДОВ;

S- ПОЛУЧАЕМАЯ СУММА.

.

Задание 2. Решить задачи.

Задача1. Расчитать сумму вклада через 3 года при сложной процентной ставке 10% годовых, если было вложено 1000 рублей.

Задача2. С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 120000 рублей при первоначальном взносе 100000 рублей?

Задача3. Через сколько лет сумма вклада по сложной процентной ставке 8% годовых вырастет с 10000 рублей до 20000 рублей?

Задача4. За 5 лет при сложной процентной ставке 7% годовых на счету у вкладчика стало 2000 рублей. Сколько денег он вложил в банк?

Задача5. Для обучения в ВУЗе необходимо 100000 рублей. Родители Оксаны положили в банк 65000 рублей под 6% годовых (сложная процентная ставка). Будет ли у них необходимая сумма, если пока Оксана в первом классе (считать обучение в школе 10 лет)?

Задача6. Борис хочет вложить 50000 рублей на 5 лет, чтобы получить не меньше 75000 рублей. Один банк предлагает вложить деньги под 8% годовых, а другой - под 0,5% в месяц. Какому банку отдать предпочтение Борису?

Задача7. Какую сумму нужно вложить в банк, чтобы через 3 года на счету было 59550 рублей, если сложная процентная ставка банка равна 0,5% в месяц?

Задача8. Через сколько лет сумма 50000 рублей увеличится в 1,5 раза при сложной ставке процента 7% годовых?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 5

Тема: Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства

Цели:

- повторить основные правила решения разного вида уравнений и неравенств;
-

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

***Задание* 1**. Повторить основные виды уравнений и неравенств, способы их решения.

***Задание* 2.**Решить уравнения и неравенства

1. $4x^2 + 3x - 1 = 0$
2. $x^2 - 9x + 8 = 0$
3. $4x^2 + 90x = 0$
4. $17x^2 - 8x = 0$
5. $6x^2 - 54 = 0$
6. $16x^2 - 25 = 0$
7. $17x + 5 = 9x - 3$
8. $11x - 3 = 14x + 9$
9. $\frac{x}{3} = 2,5$

10. $\frac{60}{x} = -4$

11. $12(x+7) < 7-(4-11x)$

12. $x^2-7x+10 > 0$

13. $\frac{2c+1}{2}+\frac{1-c}{3}<0.$

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017
Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.6
Решить 1.1; 1.2; 1.3
Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 6
Тема: Системы нелинейных уравнений

Цели:
- повторить основные правила решения систем нелинейных уравнений

Оснащение занятия: задачник.

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.
М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017
Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.10
Решить 1.12; 1.13; 1.14; 1.15
Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 7
Тема: Системы неравенств

Цели:
- Повторить правила решений систем неравенств

Оснащение занятия: задачник.

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.
Н.В. Богомолов Практические занятия по математике, М., Высшая школа, 2017
Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.10
Решить 1 -12
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 8

Тема: Контрольная работа по теме «Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости»

Цели:

- контроль знаний

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

Условия выполнения задания:

1. Задание выполняется в аудитории во время занятий.
2. Максимальное время выполнения задания: 45 минут

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

оценка «4» ставится за выполнение задания № 1 и любых семи примеров из заданий№ 2, № 3, № 4

оценка «3» ставится за выполнение задания № 1 и любых шести примеров из заданий № 2, № 3, № 4.

1 Вариант.

1. Значение выражения $(0{,}25 + 7\frac{1}{6} + \frac{5}{3}):109 + 1\frac{11}{12}$ равно

а) 2 б) 1 в) 4 г) 3

2. Укажите корень (или корни, если их несколько) уравнения:

1) $2x^2 - 32 = 0$

а) 0; 16 б) 0; 4 в) 4; -4 г) 2; -2

2) $3x^2 - x = 0$

а) 3; 1 б) 0; $\frac{1}{3}$ в) 3; 0 г) $\frac{1}{3}$; 1

3) $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$

а) 4; 3; 2 б) 3; 2; 1 в) 0; 1; 2 г) 0; 2; 3

4) $5(x – 2) = 7x + 16$

а) -11 б) 12 в) -13 г) 14

5) $\frac{12}{x} = 1{,}2$

а)0,1 б) 10 в) 100 г) 1

3. Укажите решение каждого из неравенств:

1) $4(7 – 2x) \le 3(4x – 2)$

а) $[1{,}7; +\infty)$ б) $[2{,}3; +\infty)$ в) $(-\infty; 1{,}7]$ г) $(-\infty; 2{,}3]$

2) $3x^2 - 7x + 2 \le 0$

а) $(-\infty; \frac{1}{3}] \cup [2; +\infty)$б)$[1; 6]$в)$(-\infty; 1]$ г) $[\frac{1}{3}; 2]$

3) $\frac{4-x^2}{2x-3} > 0$

а) $(-\infty; 1{,}5] \cup [2; +\infty)$ б) $(-\infty; -2) \cup (1{,}5; 2)$ в) $(-2; 1,5) \cup (2; +\infty)$ г) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

4. Решением системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

являются пары чисел:
а) (2;1); (-1;-2) б) (1;3); (-1;-3) в) (3;1); (-1;-3) г) (3;4); (-3;-4)

.2 Вариант.

1. Значение выражения $(0{,}2 + 3\frac{2}{7} - \frac{4}{3}): 226 + 2\frac{104}{105}$ равно
а) 2 б) 1 в) 4 г) 3
2. Укажите корень (или корни, если их несколько) уравнения:
1) $3x^2 - 27 = 0$
а) 3; -3 б) 0; 3 в) 9; -9 г) 0; 9
2) $2x^2 - x = 0$
а) 2; 0 б) $\frac{1}{2}$; 2 в) 0; $\frac{1}{2}$ г) 1; $\frac{1}{2}$
3) $x^3 - x^2 - 2x = 0$
а) 3; 2; -1 б) 0; $2; -1$ в) 0; 3; 2 г) 0; 1; 2
4) $3(x - 4) = 8x + 3$
а) -3 б) -2 в) 3 г) 2
5) $\frac{15}{x} = 150$
а)0,01 б) 100 в) 10 г) 0,1
3. Укажите решение каждого из неравенств:
1) $2(3 - x) \leq 12 - 5x$
а) $(-\infty; -2]$ б) $(-\infty; 3]$ в) $(-\infty; 2]$ г) $[3; +\infty)$
2) $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$
а) $(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [3; +\infty)$ б) $(-\infty; -1] \cup [6; +\infty)$ в) $[-\frac{1}{2}; 3]$ г) $[-1; 6]$
3) $\frac{24-6x^2}{2x+9} < 0$
а) $(-\infty; -4{,}5] \cup (-2; 2)$ б) $(-\infty; -4{,}5] \cup [2; +\infty)$ в) $(-4{,}5; -2) \cup (2; +\infty)$ г) $(-\infty; -4{,}5) \cup (-2; +\infty)$
4. Решением системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ y - 3x = 1 \end{cases}$ являются пары чисел:
а) (-1;4); (-1,6; 3,8) б) (1;4); (-1,6; -3,8) в) (1;-4); (1,6; 3,8) г) (4;1); (3,8; 1,6)
Контроль знаний обучающихся
проверить практическую работу;
Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 9

Тема: Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда.

Цели:
- изучить тетраэдр и его свойства
- изучить параллелепипед, его свойства и элементы

Оснащение занятия: учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.24
Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Выписать в тетрадь основные понятия и определения по теме «Тетраэдр и параллелепипед»
Задание 2. Решить номера 66-71
Контроль знаний обучающихся
проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 10
Тема: Построение сечений. Решение задач

Цели:

- изучить правила построения сечений
- научиться применять эти правила для решения задач.

Оснащение занятия: учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.27-28

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Рассмотреть решение задач 1,2,3.
Задание 2. Решить номера 72-75; 85-87
Контроль знаний обучающихся
проверить практическую работу;
Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 11
Тема: Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями

Цели:

- научиться вычислять угол между прямой и плоскостью
- научиться вычислять угол между плоскостями

Оснащение занятия: учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.42-45

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Выписать в тетрадь основные определения по рассматриваемой теме
Задание 2. Решить номера 138-143
Контроль знаний обучающихся
проверить практическую работу;
Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 12
Тема: Аксиомы стереометрии

Цели:

- выучить аксиомы стереометрии, ознакомиться со следствиями из аксиом
- научиться решать задачи на применение аксиом стереометрии

Оснащение занятия: учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.4-8

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Выписать в тетрадь аксиомы стереометрии и следствия из них

Задание 2. Решить номера 1-7
Контроль знаний обучающихся
проверить практическую работу;
Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 13

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости, параллельность двух прямых, перпендикулярных плоскости, перпендикулярность плоскостей

Цели:

- изучить тему «Перпендикулярность в пространстве»
- научиться решать задачи на применение полученных знаний

Оснащение занятия: учебник. Л. С. Атанасян. Геометрия 10-11. стр.34-37

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Выписать в тетрадь основные правила и теоремы
Задание 2. Решить номера 116-123
Контроль знаний обучающихся
проверить практическую работу;
Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 14

Тема: Контрольная работа по теме «Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые»

Цели:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: лекции

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Контрольная работа по теме «Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые»

Задача 1.
Из точки, не принадлежащей плоскости, проведены к ней две наклонные, равные 10 дм и 18 дм. Сумма длин их проекций на плоскость равна 16 дм. Найдите проекцию каждой из наклонных.

Задача 2.
Из точки B, не лежащей в плоскости α, проведены к этой плоскости перпендикуляр BC = 12 см и наклонная BD = 13 см. Через точку D в плоскости α проведена прямая d, перпендикулярная прямой BD. Найдите расстояние от точки C до прямой d.

Задача 3.
Из точки, не принадлежащей плоскости, проведены к ней две наклонные, сумма длин которых равна 28 см. Проекции этих наклонных на плоскость равны 6 см и 8 см. Найдите длины наклонных.

Задача 4.
В тетраэдре DABC $AD \perp AC$, $AD \perp AB$, $DC \perp CB$.
1. Докажите, что $AD \perp BC$.
2. Докажите, что прямая BC перпендикулярна плоскости ADC.

3. *Найдите площадь треугольника* ВСА, если ВС = 4 см, АС = 3 см.

Задача 5.

Точка Е не принадлежит плоскости прямоугольника ABCD, BE⊥ AB, BE ⊥ BC.

1. Докажите, что BE⊥ CD.
2. Докажите, что прямая CD перпендикулярна плоскости ВСЕ.
3. Найдите площадь треугольника ECD если CD = 6 см, CE = 8 см.

Задача 6.

Отрезок АВ пересекает некоторую плоскость в точке О. Прямые AD и ВС, перпендикулярные этой плоскости, пересекают эту плоскость в точках D и С соответственно. AD = 6 см, ВС = 2 см, ОС = 1, 5 см. Найдите АВ.

Задача 7.

Прямые АВ и CD перпендикулярны некоторой плоскости и пересекают её в точках В и D соответственно. Найдите АС, если АВ = 9 см, CD = 15 см,
BD = 8 см, если известно, что точки А и С лежат по одну сторону плоскости.

Задача 8.

Перекладина длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

Задача 9.

Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

Задача 10.

Точка А лежит в плоскости, точка В – на расстоянии 12, 5 м от этой плоскости. Найдите расстояние от плоскости до точки М, делящей отрезок АВ в отношении АМ:МВ = 2:3.

Задача 11.

Какой длины нужно взять перекладину, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м, поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?

Задача 12.

Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекции наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.

Контроль знаний обучающихся

проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 15

Тема: Простейшие задачи в координатах. Расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка

Цель:

- рассмотреть простейшие задачи в координатах изучить формулы для вычисления расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 81-82;

Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 83 № 327- 331, № 335

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 16

Тема: Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Координаты вектора, скалярное произведение векторов в координатах, угол между векторами, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.

Цель:

- рассмотреть понятие скалярного произведения вектора и правила действий над векторами

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 105-107;
Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 108 № 443- 450,
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 17

Тема: Уравнение плоскости. Геометрический смысл определителя 2х2

Цель:

- рассмотреть векторное уравнение прямой и плоскости

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 107-109;
Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 110 № 501-506 ,
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 18

Тема: Координатная плоскость. Вычисление расстояний и площадей на плоскости.

Цель:

- рассмотреть задачи на координатную плоскость и вычисление расстояний и площадей на плоскости.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 107-109;

Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 110 № 466-473 ,

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 19

Тема: Количественные расчеты

Цель:

- рассмотреть задачи на координатную плоскость

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Решить указанный преподавателем вариант

По координатам вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ найти:

1) длины ребер A_1A_2 и A_1A_3;
2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3;
3) площадь грани $A_1A_2A_3$;
4) объем пирамиды;
5) уравнения прямых A_1A_2 и A_1A_3;
6) уравнения плоскостей $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$;
7) угол между плоскостями $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$;
8) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Вариант	Координаты	Вариант	Координаты
1	$A_1(-1;2;1)$, $A_2(-2;2;5)$, $A_3(-3;3;1)$, $A_4(-1;4;3)$.	16	$A_1(3;0;2)$, $A_2(2;0;6)$, $A_3(1;1;2)$, $A_4(3;2;4)$.
2	$A_1(-2;1;-1)$, $A_2(-3;1;3)$, $A_3(-4;2;-1)$, $A_4(-2;3;1)$.	17	$A_1(0;2;-1)$, $A_2(-1;2;3)$, $A_3(-2;3;7)$, $A_4(0;4;1)$.
3	$A_1(-2;1;-1)$, $A_2(-3;1;3)$, $A_3(-4;2;-1)$, $A_4(-2;3;1)$.	18	$A_1(2;3;2)$, $A_2(1;3;6)$, $A_3(0;4;2)$, $A_4(2;5;4)$.
4	$A_1(1;1;2)$, $A_2(0;1;6)$, $A_3(-1;2;2)$, $A_4(1;3;4)$.	19	$A_1(-1;0;2)$, $A_2(-2;0;6)$, $A_3(-3;1;2)$, $A_4(-1;2;4)$.
5	$A_1(-1;-2;1)$, $A_2(-2;-2;5)$, $A_3(-3;-1;1)$, $A_4(-1;0;3)$.	20	$A_1(2;0;3)$, $A_2(1;0;7)$, $A_3(0;1;3)$, $A_4(2;2;5)$.
6	$A_1(2;-1;1)$, $A_2(1;-1;5)$, $A_3(0;0;1)$, $A_4(2;1;3)$.	21	$A_1(2;-1;2)$, $A_2(1;-1;6)$, $A_3(0;0;2)$, $A_4(2;1;4)$.

7	$A_1(-1;1;-2)$, $A_2(-2;1;2)$, $A_3(-3;2;-2)$, $A_4(-1;3;0)$.	22	$A_1(-1;2;1)$, $A_2(-2;2;5)$, $A_3(-3;3;1)$, $A_4(-1;4;3)$.
8	$A_1(1;2;1)$, $A_2(0;2;5)$, $A_3(-1;3;1)$, $A_4(1;4;3)$.	23	$A_1(0;-1;2)$, $A_2(-1;-1;6)$, $A_3(-2;0;2)$, $A_4(0;1;4)$.
9	$A_1(-2;-1;1)$, $A_2(-3;-1;5)$, $A_3(-4;0;1)$, $A_4(-2;1;3)$.	24	$A_1(2;2;3)$, $A_2(1;2;7)$, $A_3(0;3;3)$, $A_4(2;4;5)$.
10	$A_1(1;-1;2)$, $A_2(0;-1;6)$, $A_3(-1;0;2)$, $A_4(1;1;4)$.	25	$A_1(3;0;2)$, $A_2(2;0;6)$, $A_3(1;1;2)$, $A_4(3;2;4)$.
11	$A_1(1;-2;1)$, $A_2(0;-2;5)$, $A_3(-1;-1;1)$, $A_4(1;0;3)$.	26	$A_1(1;1;2)$, $A_2(0;1;6)$, $A_3(-1;2;2)$, $A_4(1;3;4)$.
12	$A_1(0;3;2)$, $A_2(-1;3;6)$, $A_3(-2;4;2)$, $A_4(0;5;4)$.	27	$A_1(2;-1;1)$, $A_2(1;-1;5)$, $A_3(0;0;1)$, $A_4(2;1;3)$.
13	$A_1(-1;2;0)$, $A_2(-2;2;4)$, $A_3(-3;3;0)$, $A_4(-1;4;2)$.	28	$A_1(0;2;-1)$, $A_2(-1;2;3)$, $A_3(-2;3;7)$, $A_4(0;4;1)$.
14	$A_1(2;2;3)$, $A_2(1;2;7)$, $A_3(0;3;3)$, $A_4(2;4;5)$.	29	$A_1(0;2;-1)$, $A_2(-1;2;3)$, $A_3(-2;3;7)$, $A_4(0;4;1)$.
15	$A_1(0;-1;2)$, $A_2(-1;-1;6)$, $A_3(-2;0;2)$, $A_4(0;1;4)$.	30	$A_1(2;-1;2)$, $A_2(1;-1;6)$, $A_3(0;0;2)$, $A_4(2;1;4)$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 20

Тема: Контрольная работа по теме «Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Простейшие задачи в координатах. Координаты вектора, расстояние между точками, координаты середины отрезка, скалярное произведение векторов в координатах, угол между векторами, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями»

Цель:

- контроль знаний обучающихся

Оснащение занятия: задания к контрольной работе

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Контрольная работа

1. Определить вид треугольника ABC, если A(2;1;2) B(2;3;-1) C(2;-1;-1).

2. Даны три вершины ромба А(4;-2;8) В(2;2;7) С(4;-6;2). Найти координаты четвертой вершины и координаты точки пересечения диагоналей.
3. Известны координаты вершин треугольника СДЕ: С(-3;4;2) Д(1;-2;5) Е(-1;-6;4). ДК – медиана треугольника СДЕ. Найти длину ДК и величину угла ДСЕ.
4. В параллелограмме АВСД даны вершины А(2;1;3) В(5;2;-1) С(-3;3;-3) Найти координаты точки Д.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 21

Тема: Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла

Цель:

- Изучить знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла

Оснащение занятия: учебник М. И. Башмаков. Математика. Начальное и среднее профессиональное образование.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями и сделать конспект тр.91-94

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить упражнения 1-7 стр.101

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 22

Тема: Тригонометрические тождества

Цель:

- изучить формулы, связывающие функции одного угла и их применение для решения задач

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

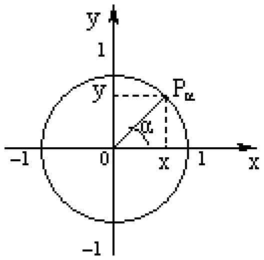
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.
Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретические сведения по теме:

Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса.



$P_\alpha(x;\ y)$
$x = \cos\alpha$
$y = \sin\alpha$
$|\cos\alpha| \le 1$
$|\sin\alpha| \le 1$

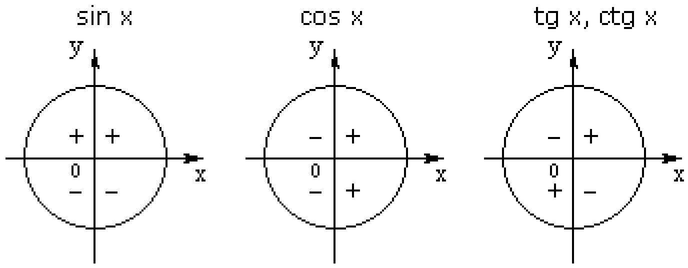
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \alpha \ne \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\ \alpha \ne \pi k,\ k \in Z$$

Основные тождества:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

Знаки тригонометрических функций:



Значения тригонометрических функций

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
ctg α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0	–

Формулы синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла (–α):

sin (–α) = – sin α
cos (–α) = cos α
tg (–α) = – tg α
ctg (–α) = – ctg α

Формулы приведения:

Функции	Углы							
	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi k-\alpha$	$2\pi k+\alpha$
sin	cos α	cos α	sin α	– sin α	– cos α	– cos α	–sin α	sin α
cos	sin α	– sin α	– cos α	– cos α	– sin α	sin α	cos α	cos α
tg	ctg α	– ctg α	– tg α	tg α	ctg α	– ctg α	– tg α	tg α
ctg	tg α	– tg α	– ctg α	ctg α	tg α	– tg α	–ctg α	ctg α

Основные тригонометрические тождества

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\mathrm{tg}x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\mathrm{ctg}x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

$\mathrm{tg}x\ \mathrm{ctg}x = 1$

$\mathrm{tg}^2 x + 1 = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$\mathrm{ctg}^2 x + 1 = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

Решение типовых заданий

Пример 1.*Вычислить значение sin α, если cos α = 0,3, α — угол в первой четверти.*

Решение Применим основное тригонометрическое тождество, связывающее тригонометрические функции $y=\sin\alpha,\ y=\cos\alpha : \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.Так как по условию задачи *cosα = 0,3*, то c*os2α = 0,09*. Значит, *sin2α + 0,09 = 1, sin2α = 1 – 0,09 = 0,91*. Решая уравнение *sin2α = 0,91*, получаем два случая ($\sin\alpha=\sqrt{0,91}$ или $\sin\alpha=-\sqrt{0,91}$), из которых, обращая внимание на то, какой четверти принадлежит искомый угол, следует выбрать один. Вспомним, что в первой четверти все тригонометрические функции имеют знак «+». Следовательно, $\sin\alpha=\sqrt{0,91}$.Ответ: $\sin\alpha=\sqrt{0,91}$.

Пример 2.*Вычислите значение tg α, если ctg α = 0,2.*Решение: Воспользуемся формулой, связывающей тригонометрические функции *y = tg α, y = ctg α :tg α * ctg α = 1*. Подставляя заданное в условии значение 0,2, получаем, что *tg α * 0,2 = 1, откуда tg α = 5*.Ответ: 5.

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано: sinα = $-\frac{8}{17}$; $\frac{3}{2}\pi<\alpha<2\pi$;
Найти: cosα; tgα; ctgα.
2. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно: $\sqrt{8}$ - 3 и $\sqrt{8}$ + 3?
3. Упростите выражение: $\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}+\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}$;
4. Дано: sinα = $-\frac{4}{5}$; $\pi<\alpha<\frac{3}{2}\pi$;
Найти: cosα; tgα; ctgα.
5. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно: $\sqrt{5}$ - 2 и $\sqrt{5}$ + 2?
6. Упростите выражение: $\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{\cos\alpha}$;
7. Дано: sinα = $-\frac{3}{5}$; $\pi<\alpha<\frac{3}{2}\pi$;   Найти: cosα; tgα; ctg α.
8. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно: $\sqrt{15}$ - 4 и $\sqrt{15}$ + 4?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 23

Тема: Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.

Цель:
- изучить формулы двойного и половинного угла

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.
Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретические сведения по теме:

Формулы двойного аргумента
$\sin 2x = 2\sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$
Формулы половинного аргумента

$$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2\frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\operatorname{ctg}^2\frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано: $\sin\alpha = -\frac{8}{17}$; $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$;
Найти: $\cos\alpha$; $\sin 2\alpha$; $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})$;
2. Упростить выражение:
а) $\frac{\sin 11x \cdot \cos x + \cos 11x \cdot \sin x}{\cos^2 6x - \sin^2 6x}$;
б) $\sin(2\pi + \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} + \alpha)$;
в) $\frac{\cos 5x + \cos 7x}{2\cos 6x}$;
г) $\frac{\cos 2\beta - 1}{2\cos^2\beta}$;
3. Дано: $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$; $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$;
Найти: $\cos\alpha$; $\cos 2\alpha$; $\cos(\alpha - \frac{\pi}{3})$;
4. Упростить выражение:
а) $\frac{1 - \cos 2\beta}{\sin 2\beta}$;
б) $\frac{\cos^2 6x - \sin^2 6x}{\sin 21x - \sin 3x}$;
в) $\sin\frac{\pi}{15} \cdot \cos\frac{4\pi}{15} + \cos\frac{\pi}{15} \cdot \sin\frac{4\pi}{15}$;
г) $\cos(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$;
а) $\operatorname{ctg}(2\pi - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$;
б) $\frac{\sin 7x - \sin 3x}{\cos 7x + \cos 3x}$;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 24

Тема: Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.

Цель:

- изучить формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретические сведения по теме:

$$\sin 2x = \frac{2\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{tg}^2x} = \frac{2\mathrm{ctg}x}{1+\mathrm{ctg}^2x} = \frac{2}{\mathrm{tg}x+\mathrm{ctg}x}$$

$$\cos 2x = \frac{1-\mathrm{tg}^2x}{1+\mathrm{tg}^2x} = \frac{\mathrm{ctg}^2x-1}{\mathrm{ctg}^2x+1} = \frac{\mathrm{ctg}x-\mathrm{tg}x}{\mathrm{ctg}x+\mathrm{tg}x}$$

$$\mathrm{tg}2x = \frac{2\mathrm{tg}x}{1-\mathrm{tg}^2x} = \frac{2\mathrm{ctg}x}{\mathrm{ctg}^2x-1} = \frac{2}{\mathrm{ctg}x-\mathrm{tg}x}$$

$$\mathrm{ctg}2x = \frac{\mathrm{ctg}^2x-1}{2\mathrm{ctg}x} = \frac{\mathrm{ctg}x-\mathrm{tg}x}{2}$$

Формулы сложения аргументов

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$\mathrm{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\mathrm{ctg}\alpha\,\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}$$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$\mathrm{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\beta}{1+\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha-\beta) = \frac{\mathrm{ctg}\alpha\,\mathrm{ctg}\beta+1}{\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{ctg}\beta}$$

Формулы суммы тригонометрических функций

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \sin2\alpha$$

$$\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

Формулы разности тригонометрических функций

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \sin2\alpha$$

$$\text{tg}\alpha - \text{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\text{ctg}\alpha - \text{ctg}\beta = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

Примеры для самостоятельного решения

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2019

стр.106 Вопросы и упражнения 1-10

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 25

Тема: Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений

Цель:

- изучить формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме и записать их себе в тетрадь.

Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретические сведения по теме:

$$\sin 2x = \frac{2\text{tg}x}{1+\text{tg}^2x} = \frac{2\text{ctg}x}{1+\text{ctg}^2x} = \frac{2}{\text{tg}x+\text{ctg}x}$$

$$\cos 2x = \frac{1-\text{tg}^2x}{1+\text{tg}^2x} = \frac{\text{ctg}^2x-1}{\text{ctg}^2x+1} = \frac{\text{ctg}x-\text{tg}x}{\text{ctg}x+\text{tg}x}$$

$$\text{tg}2x = \frac{2\text{tg}x}{1-\text{tg}^2x} = \frac{2\text{ctg}x}{\text{ctg}^2x-1} = \frac{2}{\text{ctg}x-\text{tg}x}$$

$$\text{ctg}2x = \frac{\text{ctg}^2x-1}{2\text{ctg}x} = \frac{\text{ctg}x-\text{tg}x}{2}$$

Примеры для самостоятельного решения

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2019
стр.107 Вопросы и упражнения 1-10
Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 26

Тема Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций

Цель:
- Изучить графики тригонометрических функций и их преобразование

Оснащение занятия: учебник А. Н. Колмогоров. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 кл. средней школы, 2019г.

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями и сделать конспект стр.58--59

Задание 2. Решить примеры 103-103 стр.60
Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 27

Тема: Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах

Цель:
- Работа с дополнительной литературой. Изучение вопроса об использовании свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах

Оснащение занятия: дополнительная литература, интернет-источники.

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Домашнее задание. Предварительная подготовка к уроку. Подготовить рефераты и доклады по теме «Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах»

Задание 2. Решить предложенные задачи.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 28

Тема: Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах

Цель:

- Работа с дополнительной литературой. Изучение вопроса об использовании свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах

Оснащение занятия: дополнительная литература, интернет-источники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Домашнее задание. Предварительная подготовка к уроку. Подготовить рефераты и доклады по теме «Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах»

Задание 2. Решить предложенные задачи.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 29

Тема: Решение тригонометрических уравнений основных типов: простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным

Цель:

- научиться решать простейшие тригонометрические уравнения

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.113-115

Задание 2. Решить предложенные задания стр.118 № 10

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 30

Тема: Решение тригонометрических уравнений основных типов: решаемые разложением на множители, однородные.

Цель:

- изучить методы решения тригонометрических уравнений

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр67-73

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 80 № 164-169

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 31

Тема: Простейшие тригонометрические неравенства

Цель:

- изучить методы решения тригонометрических неравенств

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр67-73

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 80 № 171-178

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 32

Тема: Системы простейших тригонометрических уравнений

Цель:

- изучить методы решения систем простейших тригонометрических уравнений

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 80

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 81 № 175-176

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 33

Тема: Контрольная работа по теме: «Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и неравенств в том числе с использованием свойств функций»

Цель:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 90 минут

Вы можете пользоваться формулами тригонометрии, формулами для решения тригонометрических уравнений и таблицей значений тригонометрических функций.

Вариант 1.

Решите уравнения:

1. $\sin^2x – 6\sin x + 5 = 0$
2. $3\cos x + 2\sin^2x = 0$
3. $\sqrt{3}\sin x = -\cos x$
4. $2\sin^2x – \sin x\cdot\cos x = \cos^2x$
5. $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3}) - 1 = 0$

Решите неравенства:

1. $\sin x < \frac{1}{2}$
2. $2\cos x – \sqrt{3} \leq 0$
3. $\sin\frac{x}{3} > -\frac{1}{2}$
4. $tg(2x - \frac{\pi}{3}) < \frac{1}{\sqrt{3}}$

Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

Условия выполнения задания:

1. Задание выполняется в аудитории во время занятий.
2. Максимальное время выполнения задания: 90 минут
3. Вы можете пользоваться формулами тригонометрии, формулами для решения тригонометрических уравнений и таблицей значений тригонометрических функций.

Вариант 2.

Решите уравнения:

1. $\sin^2x + \sin x - 2 = 0$
2. $3\cos^2x - \sin x - 1 = 0$
3. $\sin x - \cos x = 0$
4. $3\sin^2x + \cos^2x = 2\sin 2x$
5. $\sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{3}) - 1 = 0$

Решите неравенства:

1. $\sin x < -\frac{1}{2}$
2. $2\sin x + \sqrt{3} \geq 0$
3. $\cos\frac{x}{4} \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $tg(4x - \frac{\pi}{6}) > -1$

Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 90 минут

Вы можете пользоваться формулами тригонометрии, формулами для решения тригонометрических уравнений и таблицей значений тригонометрических функций.

Вариант 3.

Решите уравнения:

1. $\cos^2 x - 7\cos x + 6 = 0$
2. $2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0$
3. $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 0$
4. $1 + 7\cos^2 x = 3\sin 2x$
5. $\sin(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6}) - 1 = 0$

Решите неравенства:

1. $\sin x > -\frac{1}{2}$
2. $2\sin x + \sqrt{2} \geq 0$
3. $\cos 3x < -\frac{1}{2}$
4. $\mathrm{tg}(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) > \sqrt{3}$

Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

<u>Условия выполнения задания:</u>

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 90 минут

Вы можете пользоваться формулами тригонометрии, формулами для решения тригонометрических уравнений и таблицей значений тригонометрических функций.

Вариант 4.

Решите уравнения:

1. $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0$
2. $4\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$
3. $2\sin x + \cos x = 0$
4. $3 + \sin 2x = 4\sin^2 x$
5. $\cos(3x - \frac{\pi}{5}) + 1 = 0$

Решите неравенства:

1. $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $2\cos x - 1 \geq 0$
3. $\sin 2x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\mathrm{tg}(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{5}) < 1$

Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

<u>Условия выполнения задания:</u>

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 90 минут

Вы можете пользоваться формулами тригонометрии, формулами для решения тригонометрических уравнений и таблицей значений тригонометрических функций.

Вариант 5.

Решите уравнения:

1. $\cos^2 x - 2\cos x - 3 = 0$
2. $6\cos^2 x - 5\sin x + 5 = 0$
3. $5\sin x - 3\cos x = 0$
4. $3\sin 2x + \sin^2 x + 5\sin x \cdot \cos x = 0$
5. $\sin(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}) + 1 = 0$

Решите неравенства:

1. $\sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $2\cos + 1 \geq 0$
3. $\cos\frac{x}{2} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $\mathrm{tg}(3x + \frac{\pi}{2}) < -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»

<u>Условия выполнения задания:</u>

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 90 минут

Вы можете пользоваться формулами тригонометрии, формулами для решения тригонометрических уравнений и таблицей значений тригонометрических функций.

Вариант 6.

Решите уравнения:

1. $\cos^2 x - 3\cos x - 4 = 0$
2. $2\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$

Решите неравенства:

1. $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $2\cos x - \sqrt{2} \geq 0$

3. cosx = sinx

4. $\cos 2x + \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 0$

5. $\sqrt{2} - 2\sin(5x - \frac{\pi}{36}) = 0$

3. $\sin\frac{x}{6} < -\frac{1}{2}$

4. $tg(4x + \frac{\pi}{4}) > -\sqrt{3}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 34

Тема: Арифметические действия с комплексными числами

Цели:

- ознакомиться с понятием комплексного числа, геометрической интерпретацией комплексного числа, заданного в алгебраической форме
- научиться осуществлять действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Оснащение занятия: конспект лекций.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы иверное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение любых десяти заданий работы

оценка «3» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение любых восьми заданий работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

- Ознакомиться с лекцией и ответить письменно на вопросы:

1. Сформулировать основные определения комплексного числа и формы представления.
2. Как записывается комплексное число в алгебраической (тригонометрической) форме и по каким правилам проводятся арифметические операции над ними
3. Что означает в определении комплексного числа фраза «упорядоченная пара действительных чисел»?
4. 3. Какое из этих чисел называется «действительной частью Rez», какое «мнимой Imz»?
5. В каком случае комплексное число является обычным действительным числом?
6. При каких условиях считается , что два комплексных числа равны?
7. По каким правилам осуществляются действия и находятся: сумма, разность, произведение и частное двух комплексных чисел?
8. Какое комплексное число называется сопряженным к заданному и какими свойствами оно обладает?
9. Что называют «мнимой единицей» , как ее обозначают, и что получается при возведении ее в старшую степень ?
10. Что называют комплексной плоскостью, действительной и мнимой осями и как изображается комплексное число на комплексной плоскости?

Лекция

Комплексные числа.

Определение. Комплексным числом z называется ***упорядоченная пара чисел (a,b),*** *над множеством которых по определенным правилам можно производить следующие операции: сложение , умножение, деление, возведение в степень результаты которых также являются комплексными числами.*

Определение. Алгебраической формой комплексного числаzназывается выражение $z = a + ib$, где aи b – действительные числа, i – мнимая единица, которая определяется соотношением:

$i^2 = -1; \qquad i = \sqrt{-1}.$

При этом число *a* называется **действительной частью** числа *z* (*a* = *Rez*), а *b*- **мнимой частью** (*b* = *Imz*).

Если *a =Rez =0,* то число *z* будет чисто мнимым, если *b* = *Imz* = *0*, то число *z* будет действительным.

<u>Определение.</u> Числа $z = a + ib$ и $\bar{z} = a - ib$ называются **комплексно – сопряженными.**

<u>Определение.</u> Два комплексных числа $z_1 = a_1 + ib_1$ и $z_2 = a_2 + ib_2$ называются равными, если соответственно равны их действительные и мнимые части:

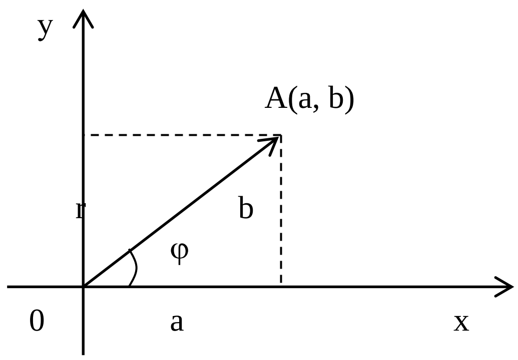
$a_1 = a_2$; $\qquad b_1 = b_2$;

<u>Определение.</u> Комплексное число равно нулю, если соответственно равны нулю действительная и мнимая части.

$a = b = 0$.

Понятие комплексного числа имеет **геометрическое истолкование**. Множество комплексных чисел является расширением множества действительных чисел за счет включения множества мнимых чисел. Комплексные числа включают в себя все множества чисел, которые изучались ранее. Так натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа являются, вообще говоря, частными случаями комплексных чисел.

Если любое действительное число может быть геометрически представлено в виде точки на числовой прямой, то комплексное число представляется точкой на плоскости, (комплексной плоскости z) координатами которой будут соответственно действительная и мнимая части комплексного числа. При этом горизонтальная ось будет являться действительной числовой осью, а вертикальная - мнимой осью.



Таким образом, на оси OX располагаются действительные числа *a*, а на оси OY – чисто мнимые-*b*.

С помощью подобного геометрического представления можно представлять числа в так называемой **тригонометрической форме.**

<u>Тригонометрическая форма числа.</u>

Из геометрических соображений видно, что $a = r\cos\varphi$; $\quad b = r\sin\varphi$. Тогда комплексное число можно представить в виде:

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

Такая форма записи называется **тригонометрической формой записи комплексного числа.**

При этом величина *r* называется **модулем** комплексного числа, а угол наклона φ - **аргументом** комплексного числа.

$r = |z|$; $\qquad \varphi = Arg\, z$.

Из геометрических соображений видно:

$$r = |a + ib| = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \varphi = Arg\, z = arctg\frac{b}{a};$$

Очевидно, что комплексно – сопряженные числа имеют одинаковые модули и противоположные аргументы.

$|z| = |\bar{z}|$; $\qquad Arg\, z = -Arg\, \bar{z}$.

<u>Действия с комплексными числами</u>.

Основные действия с комплексными числами вытекают из действий с многочленами.

1) **Сложение и вычитание.**

$$z = z_1 \pm z_2 = (a_1 + ib_1) \pm (a_2 + ib_2) = (a_1 \pm a_2) + i(b_1 \pm b_2)$$

$$|z| = \sqrt{(a_1 \pm a_2)^2 + (b_1 \pm b_2)^2}$$

2) **Умножение.**

$$z = z_1 z_2 = (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2) = a_1 a_2 + ia_1 b_2 + ib_1 a_2 + i^2 b_1 b_2$$

$$z = z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + b_1 a_2)$$

С случае комплексно – сопряженных чисел:

$$z\bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = |z|^2 = |\bar{z}|^2.$$

3) **Деление.**

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = x + iy$$

$$z = \frac{(a_1 + ib_1)(a_2 - ib_2)}{(a_2 + ib_2)(a_2 - ib_2)} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2) + i(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2}$$

$$z = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i\frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$$

Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме

Алгебраической формой комплексного числа $z = (a,b)$.называется алгебраическое выражение вида

$z = a + bi$.

Арифметические операции над комплексными числами $z_1 = a_1 + b_1 i$ и $z_2 = a_2 + b_2 i$, записанными в алгебраической форме, осуществляются следующим образом.

1. Сумма (разность) комплексных чисел

$z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2)\cdot i,$

т.е. сложение (вычитание) осуществляются по правилу сложения многочленов с приведением подобных членов.

2. Произведение комплексных чисел

$z_1 \cdot z_2 = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)\cdot i,$

т.е. умножение производится по обычному правилу умножения многочленов, с учетом того, что $i^2 = 1$.

3. Деление двух комплексных чисел осуществляется по следующему правилу:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a_1 + b_1 i)}{(a_2 + b_2 i)} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{a^2 + b^2} = \frac{(a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2) + (b_1 \cdot a_2 - a_1 \cdot b_2)\cdot i}{a^2 + b^2}, \ (z_2 \neq 0),$$

т.е. деление осуществляется умножением делимого и делителя на число, сопряженное делителю.

Возведение в степень комплексных чисел определяется следующим образом:

$$z^n = \underbrace{z \cdot z \ldots z}_{n\ раз}.$$

Легко показать, что

$z^n z^m = z^{n+m}$,

$(z^n)^m = z^{nm}$,

$(z_1 z_2)^n = z_1^n z_2^n$.

Примеры.

1. Найти сумму комплексных чисел $z_1 = 2 - i$и $z_2 = -4 + 3i$.

$z_1 + z_2 = (2 + (-1)\cdot i) + (-4 + 3i) = (2 + (-4)) + ((-1) + 3)\, i = -2+2i$.

2. Найти произведение комплексных чисел $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = -4 + 5i$.

$z_1 \cdot z_2 = (2 - 3i) \cdot (-4 + 5i) = 2 \cdot(-4) + (-4) \cdot(-3i) + 2\cdot 5i - 3i\cdot 5i = 7+22i$.

3. Найти частное z от деления $z_1 = 3 - 2$на $z_2 = 3 - i$.

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{(3-2i)}{(3-i)} = \frac{(3-2i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{11-3i}{9+1} = \frac{11}{10} - \frac{3}{10} i.$$

4. Решить уравнение: $3x - (1-i)(x - yi) = 2 + 3i$, x и $y \in \mathbf{R}$.

$3x - ((x-y) + (-x-y)i) = 2 + 3i$

$(2x + y) + (x + y)i = 2 + 3i$.

В силу равенства комплексных чисел имеем:

$$\begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + y = 3, \end{cases}$$

откуда$x = -1$, $y = 4$.

5. Вычислить: i^2, i^3, i^4, i^5, i^6, i^{-1}, i^{-2}.

$i^2 = i \cdot i = -1$

$i^3 = i^2 \cdot i = -i$

$i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = -(-1) = 1$

$i^5 = i^4 \cdot i = i$

$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = -1$

$$i^{-1} = \frac{1}{i} = \frac{i}{i \cdot i} = -i$$

$$i^{-2} = \frac{1}{i^2} = -1.$$

6. Вычислить z^{-3}, если $z = 1 - i$.

$$z^{-3} = (1-i)^{-3} = \frac{1}{(1-i)^3} = \frac{1}{1 - 3i + 3i^2 - i^3} = \frac{1}{-2-2i} = \frac{-2+2i}{(-2)^2 + (-2)^2} =$$

$$= \frac{-2+2i}{8} = -0.25 + 0.25i.$$

7. Вычислить число z^{-1} обратное числу z=3-i.

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{3-i} = \frac{3+i}{(3-i)(3+i)} = \frac{3+i}{3^2+1^2} = \frac{3+i}{10} = 0.3 + 0.1i.$$

Задание 2. Решить примеры для самостоятельного решения

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить:
   1) $(3 - 2i) + (5 + 3i)$;
   2) $(1 + 2i) - (3 - i)$;
   3) $3(2 - i)\cdot(1 - i)$;
   4) $(1 + 3i)(-7 + 2i)$;
   5) $(2 - i)^2$;
   6) $(1 + 2i)^3$.
2. Найти решение уравнений (x, $y \in \mathbf{R}$):
   1) $(1 + i)x + (2 + i)y = 5 + 3i$;

2) $2x + (1 + i)(x + y)=7 + i$;
3) $(3 - y + x)(1 + i) + (x - y)(2 + i) = 6 - 3i$.

3. Вычислить:

1) i^{13}; 2) i^{65}; 3) $\left(\dfrac{1}{1-i}\right)^2$;

4) $\dfrac{5}{1+2i}$; 5) $\dfrac{2i-3}{1+i}$; 6) $\dfrac{2+3i}{i}$;

7) $\dfrac{1+2i}{-2+i}(-i)+1$; 8) $\dfrac{2+i}{2-i}-(3+4i)+\dfrac{4-i}{3+2i}$; 9) $(2-i)^2$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 35

Тема: **Выполнение расчетов с помощью комплексных чисел. Примеры использования комплексных чисел**

Цели:

- ознакомиться с тригонометрической и показательной формой комплексного числа
- научиться осуществлять действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической и показательной формах

Оснащение занятия: конспект лекций.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение любых девяти заданий работы

оценка «3» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение любых семи заданий работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

- Ознакомиться с лекцией и ответить письменно на вопросы:

1. Запишите комплексное число в алгебраической и тригонометрической формах, а также основные соотношения связывающие их.
2. По каким правилам осуществляются действия над комплексными числами в тригонометрической форме: произведение, возведение в степень, деление?
3. Какой вид имеет формула Муавра при возведении комплексного числа в натуральную степень?
4. Что называют « корнем n- степени из комплексного числа» ?
5. Сколько возможных значений имеет корень степени n=5 из комплексного числа z= 1-2i ?
6. Как выглядит общая формула Муавра для извлечения корня n- степени из комплексного числа ?
7. Как выглядит показательная форма комплексного числа и записывается формула Эйлера?
8. С помощью формулы Эйлера запишите операции умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня.

Лекция

Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме

1. Умножение.

При перемножении чисел z_1 и z_2, заданных в тригонометрической форме, их модули перемножаются, а аргументы складываются:

$z = z_1z_2 = r_1r_2\cdot(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$.

(Формула справедлива для любого конечного числа сомножителей.)

$z_1 \ldots z_n = r_1 \ldots r_n(\cos(\varphi_1 + \ldots + \varphi_n) + i\sin(\varphi_1 + \ldots + \varphi_n))$.

Если $z_1 = z_2 = \ldots = z_n = z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, то последняя принимает вид

$z^n = r^n \cdot (\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

и называется *формулой Муавра*. Она показывает, что для возведения комплексного числа в натуральную степень нужно возвести в эту степень его модуль, а аргумент умножить на показатель степени.

Примеры.

1) Выполнить умножение:

$$z_1 = 2(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}), \quad z_2 = 3(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}), \quad z_1 \cdot z_2 = 6(\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3})) =$$

$$= 6(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}).$$

2) Вычислить: $(1+i)^{30}$.

$$1 + i = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}), \quad (1+i)^{30} = \left(\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})\right)^{30} = \left(\sqrt{2}\right)^{30}(\cos\frac{30\pi}{4} + i\sin\frac{30\pi}{4}) =$$

$$= 2^{15}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}).$$

2. Деление.

Если$z_1 = r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ и$z_2 = r_2 \cdot (\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$, то

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)}{r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)),$$

т.е. модуль частного двух комплексных чисел z_1 и z_2 равен частному модулей, а аргумент частного – разности аргументов.

Пример.

$z_1 = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$, $z_2 = 2(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$. Найти частное.

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{3})) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}).$$

Формула Муавра ($\left(\cos\varphi + i\sin\varphi\right)^n = \cos n\varphi + i\sin\varphi, \quad n \in N$) находит много применений. Так, например, если $n = 3$, то, возведя левую часть по формуле сокращенного умножения в куб, получим равенство

$$\cos 3\varphi + i\sin 3\varphi = \left(\cos^3\varphi - 3\cos\varphi \cdot \sin^2\varphi\right) + \left(3\cos^2\varphi \cdot \sin\varphi - \sin^3\varphi\right)i.$$

Из равенства комплексных чисел и основного тригонометрического тождества получаем

$$\cos 3\varphi = 4\cos^3\varphi - 3\cos\varphi,$$

$$\sin 3\varphi = -4\sin^3\varphi + 3\sin\varphi.$$

С помощью формулы Муавра можно находить суммы тригонометрических функций.

Например, найдем сумму $\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \ldots + \sin(2n-1)x, \quad x \neq \pi k, \ k \in \mathbf{Z}$.

Рассмотрим сумму $S(x) = (\cos x + i\sin x) + (\cos 3x + i\sin 3x) + \ldots + (\cos(2n-1)x + i\sin(2n-1)x)$.

Из формулы Муавра имеем: $(\cos kx + i\sin kx) = (\cos x + i\sin x)^k$.

Таким образом, сумма $S(x)$ примет вид:

$$S(x) = (\cos x + i\sin x) + (\cos x + i\sin x)^3 + \ldots + (\cos x + i\sin x)^{2n-1}.$$

Эта сумма есть геометрическая прогрессия из n слагаемых с первым членом $b_1 = \cos x + i\sin x$ и знаменателем прогрессии $q = (\cos x + i\sin x)^2$. По формуле $S = \frac{b_1 - q^n b_1}{1-q}$ для суммы n членов геометрической прогрессии, имеем

$$S(x)=\frac{(\cos x+i\sin x)-(\cos x+i\sin x)^{2n+1}}{1-(\cos x+i\sin x)^2}=\frac{(\cos x+i\sin x)-(\cos(2n+1)x+i\sin(2n+1)x)}{1-\cos^2 x+\sin^2 x-2i\sin x\cos x}=$$
$$=\frac{(\cos x-\cos(2n+1)x)+i(\sin x-\sin(2n+1)x)}{2\sin x(\sin x-i\cos x)}=$$
$$=\frac{((\cos x-\cos(2n+1)x)+i(\sin x-\sin(2n+1)x))(\sin x+i\cos x)}{2\sin x}=$$
$$=\frac{(\cos x-\cos(2n+1)x)\sin x-(\sin x-\sin(2n+1)x)\cos x}{2\sin x}+$$
$$+i\frac{((\sin x-\sin(2n+1)x)\sin x+(\cos x-\cos(2n+1)x)\cos x)}{2\sin x}.$$
$$\operatorname{Im}S(x)=\frac{\sin^2 x-(\sin(2n+1)x)\sin x+\cos^2 x-(\cos(2n+1)x)\cos x}{2\sin x}=\frac{1-\cos 2nx}{2\sin x}=\frac{\sin^2 nx}{\sin x}.$$
$$\operatorname{Re}S(x)=\frac{\cos x\sin x-(\cos(2n+1)x)\sin x-\sin x\cos x+(\sin(2n+1)x)\cos x}{2\sin x}=\frac{\sin 2nx}{2\sin x}.$$

В исходном выражении для $S(x)$ было:

$$\operatorname{Im}S(x)=\sin x+\sin 3x+\ldots+\sin(2n-1)x,$$
$$\operatorname{Re}S(x)=\cos x+\cos 3x+\ldots+\cos(2n-1)x.$$

Сравнивая мнимые и действительные части, получаем следующие формулы:

$$\sin x+\sin 3x+\ldots+\sin(2n-1)x=\frac{\sin^2 nx}{\sin x},$$
$$\cos x+\cos 3x+\ldots\cos(2n-1)x=\frac{\sin 2nx}{2\sin x}.$$

3. Извлечение корня из комплексного числа

Корнем *n*-ой степени, $n\in\mathbf{N}$, $n\geq 2$, из числа z называется любое комплексное число u, для которого n-ая степень равна z:

$$\sqrt[n]{z}=u,\ \ z=u^n.$$

В поле комплексных чисел справедлива следующая **теорема.**

Для любого $z\neq 0$ извлечение корня n-ой степени, $n\geq 2$, из числа z всегда возможно и имеет ровно nразличных значений.

Пусть$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$. Искомый корень n-ой степени обозначим $u = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$.

По определению корня имеем $u^n= z$. Откуда следует, что

$$\rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Из равенства комплексных чисел получаем:

$$\begin{cases}\rho^n=r,\\ n\theta=\varphi+2\pi k,\quad k\in Z.\end{cases}$$

Так как $r=\sqrt{a^2+b^2}\geq 0 \quad\Rightarrow\quad \rho\geq 0 \quad\Rightarrow\quad \rho=\sqrt[n]{r}$.

Таким образом, модуль комплексного числа u определяется как арифметический корень из действительного положительного числа r, а аргумент находят по формуле

$$\theta=\frac{\varphi+2\pi k}{n},\quad k=\overline{0,n-1}.$$

Общая формула Муавра

$$u_k=\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),\ k=\overline{0,n-1}.$$

Пример.

Вычислить $u = \sqrt[6]{\sqrt{3}-i}$.

Представим число $z = \sqrt{3}-i$ в тригонометрической форме:

$$\sqrt{3}-i=2(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)),$$

Поэтому согласно общей формуле Муавра

$$u_k=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi k}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi k}{6},$$

где k = 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Таким образом, значения корней:

$$u_0=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{\pi}{36}-i\sin\frac{\pi}{36}),$$

$$u_1=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 1}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 1}{6})=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{11\pi}{36}+i\sin\frac{11\pi}{36}),$$

$$u_2=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 2}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 2}{6})=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{23\pi}{36}+i\sin\frac{23\pi}{36}),$$

$$u_3=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 3}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 3}{6})=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{35\pi}{36}+i\sin\frac{35\pi}{36}),$$

$$u_4=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 4}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 4}{6})=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{47\pi}{36}+i\sin\frac{47\pi}{36}),$$

$$u_5=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 5}{6}+i\sin\frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 5}{6})=\sqrt[6]{2}(\cos\frac{59\pi}{36}+i\sin\frac{59\pi}{36}).$$

Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа

Помимо алгебраической и тригонометрической имеется еще *показательная форма записи комплексного числа,* которая широко используется в различных приложениях, в частности в электротехнике.

Пусть $z(\varphi)=\cos\varphi+i\sin\varphi$, зависит от действительной переменной φ.

Сопоставим взаимно однозначным образом каждому комплексному числу $z(\varphi)=\cos\varphi+i\sin\varphi$ комплексно показательное выражение $u(\varphi)=e^{i\varphi}$. С помощью операций дифференцирования можно показать, что эти выражения имеют одну и ту же логическую сущность, в связи с этим полагают по определению

$$e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\sin\varphi.$$

Эта формула называется формулой Эйлера и представляет собой определение комплексной показательной функции $e^{i\varphi}$, где φ – любое действительное число.

Пусть дано комплексное число $z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$. Сопоставляя это с предыдущей формулой, получаем

$$z=re^{i\varphi}.$$

Такая форма записи комплексного числа называется *показательной формой* комплексного числа.

В этой форме записи удобно осуществлять операции умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня. Соответствующие формулы записываются следующим образом.

Пусть $z_1=r_1e^{i\varphi_1},\quad z_2=r_2e^{i\varphi_2}$. Тогда

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{i\varphi_1} \cdot r_2 e^{i\varphi_2} = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{i\varphi_1}}{r_2 e^{i\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$$

$$z^n = \left(re^{i\varphi}\right)^n = r^n e^{in\varphi}$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{re^{i\varphi}} = \sqrt[n]{r}e^{\frac{i(\varphi+2\pi k)}{n}}, \ k = \overline{0, n-1}.$$

Примеры.

1. Найти показательную форму чисел:

а) $z_1 = 1 + i$; б) $z_2 = -\sqrt{3} - i$.

Решение.

а) $r = |z_1| = \sqrt{2}$, $\varphi = \arg z_1 = \dfrac{\pi}{4}$, $z_1 = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

б) $r = |z_2| = 2$, $\varphi = \arg z_2 = \dfrac{7\pi}{6}$, $z_2 = -\sqrt{3} - i = 2e^{\frac{7\pi i}{6}}$.

2. Найти алгебраическую форму чисел:

а) $z_1 = 2e^{\frac{\pi i}{3}}$, б) $z_2 = 3e^{-\frac{\pi i}{6}}$, в) $z_3 = e^{-3+4i}$.

Решение.

а) $z_1 = 2e^{\frac{\pi i}{3}} = 2(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}) = 2(\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i) = 1 + \sqrt{3}i$,

б) $z_2 = 3e^{\frac{-\pi i}{6}} = 3(\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)) = 3(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{i}{2}) = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3i}{2}$,

в) $z_3 = e^{-3+4i} = e^{-3} \cdot e^{4i} = e^{-3}(\cos 4 + i\sin 4) \approx 0.05(-0.65 - 0.76i) \approx -0.03 - 0.038i$.

3. Найти $z_1 z_2$ и $\dfrac{z_1}{z_2}$, результат записать в тригонометрической форме:

а) $z_1 = 3e^{\frac{2i}{3}}$, $z_2 = 6e^{\frac{i}{6}}$; б) $z_1 = e^{3-7i}$, $z_2 = e^{-4+5i}$.

Решение.

а) $z_1 z_2 = 3e^{\frac{2i}{3}} \cdot 6e^{\frac{i}{6}} = 18e^{\frac{5i}{6}} = 18(\cos\dfrac{5}{6} + i\sin\dfrac{5}{6})$,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{3e^{\frac{2i}{3}}}{6e^{\frac{i}{6}}} = \frac{1}{2}e^{\frac{i}{2}} = \frac{1}{2}(\cos\frac{1}{2} + i\sin\frac{1}{2}),$$

б) $z_1 z_2 = e^{3-7i} \cdot e^{-4+5i} = e^{-1-2i} = e^{-1}(\cos(-2) + i\sin(-2))$,

$$\frac{z_1}{z_2} = e^{7-12i} = e^7(\cos 12 - i\sin 12).$$

Задание 2. *Решить примеры для самостоятельного решения*

Примеры для самостоятельного решения:

1. Представить следующие комплексные числа в тригонометрическом виде:
   1) $1, \ -1, \ i, \ -i$;
   2) $z = 3 - 3i$;
   3) $z = \dfrac{3}{2} + \dfrac{3\sqrt{3}i}{2}$.

2. Даны числа

$$z_1=\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8},\quad z_2=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12},\quad z_3=\cos\frac{\pi}{24}+i\sin\frac{\pi}{24}.$$

Вычислить: 1) $z_1z_2z_3$; 2) $\frac{z_1}{z_2z_3}$; 3) $\frac{z_1z_2}{z_3}$; 4) $\frac{z_1z_3}{z_2}$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 36

Тема: **Примеры использования комплексных чисел**

Цели:

- ознакомиться с тригонометрической и показательной формой комплексного числа
- научиться осуществлять действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической и показательной формах

Оснащение занятия: конспект лекций.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение любых девяти заданий работы

оценка «3» ставится за правильные ответы на поставленные вопросы и верное выполнение любых семи заданий работы

Порядок выполнения работы

Задание. Решить примеры

1. Вычислить $|z|$ и arg$z$, если $z=\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}$.

2. Упростить выражение $\frac{\cos\varphi+i\sin\varphi}{\cos\varphi-i\sin\varphi}$.

3. Вычислить корни и результат изобразить на комплексной плоскости.

1) $\sqrt[4]{1}$; 2) $\sqrt[4]{i}$; 3) $\sqrt[3]{-1+i}$.

4. Выразить в радикалах корни из единицы степени 2, 3, 4, 6, 8.

5. Представить в показательной форе комплексные числа:

1) $-1-i$; 2) $\sqrt[3]{i}$; 3) $\sqrt[3]{-1+i}$.

6. Найти тригонометрическую и алгебраическую форму для чисел:

1) $z=2e^{\frac{\pi i}{4}}$; 2) $z=4e^{\frac{\pi i}{2}}$; 3) $z=3e^{\pi i}$; 4) $z=e^{i}$.

7. Найти z_1z_2 и $\frac{z_1}{z_2}$, результат написать в алгебраической форме.

1) $z_1=1{,}5e^{0{,}7i}$; $z_2=0{,}7e^{1{,}7i}$,

2) $z_1=e^{-0{,}7+3i}$; $z_2=e^{1{,}5+2i}$.

8.Вычислить z^6 и $\sqrt[4]{z}$, результаты представить в алгебраической форме и изобразить их на плоскости.

1) $z=4.2e^{2{,}3i}$; 2) $z=0{,}4^{\pi i}$; 3) $z=3{,}5e^{5i}$; 4) $z=-16$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 37

Тема: Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования

Цель

- изучить правила и формулы дифференцирования

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

Задание 2. Решить тест

Основные теоретические сведения

Определение: Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Приращение аргумента – это разность между новым значением аргумента и первоначальным. Приращение функции - это разность между новым значением функции и первоначальным.

$\Delta x = x - x_0$ **приращение аргумента**

$\Delta y = y - y_0$ **приращение функции**

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$x \to 0$

Если точка не входит в область определения функции, то в этой точке производной функции нет. Необходимым условием существования производной функции в точке является непрерывность функции в этой точке.

Правила вычисления производной произведения и дроби

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$- *производная произведения*

$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv\prime}{v^2}$ - *производная дроби*

Таблица производных основных элементарных функций:

1. $x' = 1$
2. $(ax + в)' = a$
3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
4. $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$
5. $(x^n)' = nx^{n-1}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
9. $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(arctg\, x)' = \frac{1}{1+x^2}$
13. $(arcctg\, x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
14. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15. $(e^x)' = e^x$
16. $(\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a}$
17. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Решение типичных примеров

Пример1.

Вычислить производную функции $y(x) = 6x^{100} + 7x^{50} + 8x$.

Решение.

Применим правило суммы:

$$y'(x) = \left(6x^{100} + 7x^{50} + 8x\right)' = \left(6x^{100}\right)' + \left(7x^{50}\right)' + \left(8x\right)'.$$

Вынесем постоянные множители за знак производной:

$$y'(x) = 6\left(x^{100}\right)' + 7\left(x^{50}\right)' + 8\left(x\right)'.$$

Найдем производные степенных функций:

$$y'(x) = 6\cdot 100x^{99} + 7\cdot 50x^{49} + 8\cdot 1.$$

Окончательно получаем

$$y'(x) = 600x^{99} + 350x^{49} + 8 = 2\left(300x^{99} + 175x^{49} + 4\right).$$

Пример 2.

Вычислить производную функции $y(x) = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 5\sqrt{2}$.

Решение.

Производная постоянной величины равна нулю. Следовательно,

$$y'(x) = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 5\sqrt{2}\right)' = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2\right)' - \left(5\sqrt{2}\right)' = 0.$$

Пример 3

Найти производную функции $y(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$.

Решение.

Дифференцируем сначала как сумму функций:

$$y'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)' = \left(\frac{1}{x}\right)' + \left(\frac{2}{x^2}\right)' + \left(\frac{3}{x^3}\right)'.$$

Вынося постоянные множители за знак производной и вычисляя производные степенных функций, получаем

$$y'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' + 2\left(\frac{1}{x^2}\right)' + 3\left(\frac{1}{x^3}\right)' = \left(x^{-1}\right)' + 2\left(x^{-2}\right)' + 3\left(x^{-3}\right)' =$$

$$= -1\cdot x^{-2} + 2\cdot(-2)x^{-3} + 3\cdot(-3)x^{-4} = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4}.$$

Пример 4.

Найти производную следующей функции $y = 8x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 4x + 3.$

Решение.

Используя правило дифференцирования полинома, получаем выражение для производной в виде

$$y'(x) = \left(8x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 4x + 3\right)' = \left(8x^5\right)' - \left(6x^4\right)' + \left(5x^3\right)' - \left(7x^2\right)' + \left(4x\right)' + \left(3\right)' =$$

$$= 8\cdot 5x^4 - 6\cdot 4x^3 + 5\cdot 3x^2 - 7\cdot 2x + 4\cdot 1 + 0 = 40x^4 - 24x^3 + 15x^2 - 14x + 4.$$

Пример 5

Найти производную функции $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}.$

Решение.

Производная записывается в виде:

$$y'(x) = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}\right)' = \left(\frac{x^2}{2}\right)' + \left(\frac{x^3}{3}\right)' + \left(\frac{x^4}{4}\right)' = \frac{1}{2}\left(x^2\right)' + \frac{1}{3}\left(x^3\right)' + \frac{1}{4}\left(x^4\right)' = \frac{1}{2}\cdot 2x + \frac{1}{3}\cdot 3x^2 + \frac{1}{4}\cdot 4x^3 =$$

$$= x + x^2 + x^3 = x\left(x^2 + x + 1\right).$$

Задание для самостоятельной работы: решить тест

Тест по теме «Производная многочлена и степени»

Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется дома
- При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста
- оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

1 Вариант.

1. Значение производной функции $y(x) = 3x – 7$ при $x = 2$ равно
   а) 7 б) -7 в) 3 г) -4
2. Значение производной функции $y(x) = 5x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 8x + 9$ при $x = 0$ равно
   а) -8 б) 6 в) 9 г) 8
3. Значение производной функцииy(x) $=\frac{x^7}{7} - \frac{x^3}{3} + 5x^2$ при $x = 1$ равно
   а) 5 б) 2 в) 4 г) 10
4. Значение производной функции $y(x) = x^2 + 4x$при $x = \frac{1}{4}$ равно
   а) 4 б) 4,5 в) 5 г) 5,5
5. Значение производной функцииy(x) $= 3x^2 - 2\sqrt{x}$при $x = 1$ равно
   а) -5 б) 5 в) 1 г) 7
6. Значение производной функцииy(x) $=\frac{1}{x} - 9x^2$ при $x = -1$ равно
   а) -8 б) -9 в) 10 г) 17
7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 3x^2 - x + 7$ является число:
   а) 5 б) $\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{6}$ г) 2
8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = x^2 + 4$; $g(x) = 2x^2 + 6x – 5$ является число:
   а) -3 б) 2 в) -4 г) 3
9. Корнями уравнения$f'(x) + 4 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 3$ являются числа:
   а) 1; 2 б) -2; 1 в) 2; 3 г) -1; 2
10. Корнями уравнения $f'(x) -3 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2$ являются числа: а) 0; 1; 2
    б) -2; 0; 1 в) 1; 2; 3 г) -1; 0; 2

2 Вариант.

1. Значение производной функции $y(x) = 9x + 5$при $x = 5$ равно
   а) 9 б) 5 в) 14 г) 4
2. Значение производной функции $y(x) = 3x^4 + 5x^3 - 10x^2 + 6x - 1$при $x = 0$ равно
   а) -10 б) 1 в) 6 г) 5
3. Значение производной функции $y(x) = \frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{5} + 4x^2$ при $x = 1$ равно
   а) 8 б) 4 в) - 4 г) 3
4. Значение производной функции $y(x) = x^2 + 5x$при $x = -\frac{1}{4}$ равно
   а) 6 б) -4,5 в) 5 г) 4,5
5. Значение производной функции $y(x) = 7x^2 + 2\sqrt{x}$при $x = 1$ равно
   а) 9 б) 15 в) 5 г) 14

6. Значение производной функции $y(x) = 5x^2 - \frac{1}{x}$ при x = -1 равно

а) 9 б) -9 в) 4 г) 5

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 6x^2 - x$ является число:

а) $\frac{1}{6}$ б) 5 в) $\frac{1}{12}$ г) 6

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = 10x^2 + 2x$; $g(x) = 6{,}5x^2 - 12x + 1$ является число:

а) -2 б) 4 в) 2 г) -3

9. Корнями уравнения $f'(x) - 3 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 6x - 10$ являются числа: а) -1; 3 б) 1; 5 в) -3; 4 г) 1; 3

10. Корнями уравнения $f'(x) + 7 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 24{,}5x^2 - 7x$ являются числа: а) 2; 3; 9 б) 0; 7; -7 в) 1; 3; 7 г) 0; 3; -3

3 Вариант.

1. Значение производной функции $y(x) = 2x - 3$ при x = 4 равно

а) -3 б) -1 в) 2 г) 5

2. Значение производной функции $y(x) = 6x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 5x + 1$ при x = 0 равно а) 6 б) 5 в) 8 г) 4

3. Значение производной функции $yy(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + 3x^2$ при x = 1 равно

а) 3 б) 6 в) 4 г) 5

4. Значение производной функции $y(x) = x^2 + 3x$ при $x = \frac{1}{2}$ равно

а) -4 б) 5 в) 3 г) 4

5. Значение производной функции $y(x) = 2\sqrt{x} + 9x^2$ при x = 1 равно

а) 13 б) 7 в) 19 г) 11

6. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x} - 7x^3$ при x = -1 равно

а) -22 б) -6 в) -12 г) 32

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 2{,}5x^2 - 10x + 1$ является число:

а) 5 б) 10 в) 4 г) 2

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = 7x^2 + 5x$; $g(x) = 3{,}5x^2 - 16x + 2$ является число: а) -1 б) -3 в) 2 г) -2

9. Корнями уравнения $f'(x) + 4 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 5x - 9$ являются числа: а) 1; 7 б) 7; 5 в) -4; 5 г) 1; 9

10. Корнями уравнения $f'(x) – 6 = 0$, если $f(x) = 5x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + 6x$

являются числа: а) 0; $\frac{1}{2};-\frac{9}{20}$ б) 0; 2; $-\frac{3}{4}$ в) 0; $\frac{1}{3};-\frac{4}{5}$ г) 0; $\frac{1}{2};-\frac{7}{9}$

4 Вариант.

1. Значение производной функции $y(x) = 8x + 9$ при x = 3 равно

а) -1 б) 17 в) 9 г) 8

2. Значение производной функции $y(x) = 11x^4 - 13x^3 + 2x^2 - 12x + 1$ при x = 0 равно а) -10 б) -12 в) -11 г) -9

3. Значение производной функции $y(x) = \frac{x^8}{8} - \frac{x^3}{3} + 6x^2$ при x = 1 равно

а) 12 б) 5 в) 6 г) 11

4. Значение производной функции $y(x) = x^2 - 4x$ при $x = -\frac{1}{2}$ равно

а) 3 б) -5 в) 5 г) -3

5. Значение производной функции $y(x) = 6x^2 - 2\sqrt{x}$ при x = 1 равно

а) 4 б) 8 в) 10 г) 11

6. Значение производной функции $y(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}$ при $x = -1$ равно

а) 2 б) 5 в) -5 г) -2

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 2x^2 - 24x - 3$ является число:

а) 12 б) 4 в) 6 г) 3

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = 7{,}5x^2 - 14x + 1$;
$g(x) = 1{,}5x^2 + 10x + 2$ является число:

а) 2 б) 3 в) 4 г) -4

9. Корнями уравнения $f'(x) - 9 = 0$, если $f(x) = \frac{8}{3}x^3 - 5x^2 + 9x$ являются числа:

а) 0; 5 б) 0; 1,2 в) 0; -10 г) 0; 1,25

10. Корнями уравнения $f'(x) - 7 = 0$, если $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 13{,}5x^2 + 7x - 1$ являются числа: а) -1; 4; 5

б) 0; 3; -3 в) 0; 1; 5 г) 0; 3; 5

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 38

Тема: Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования

- изучить правила и формулы дифференцирования

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Рассмотреть решение типичных примеров. Записать в тетрадь их решение

Задание 2. Решить тест по теме «Производная произведения и дроби»

Решение типичных примеров

1. Найти производную функции $y(x) = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$

Решение: $y'(x) = (x^3 - 1)'(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)' =$

$= 3x^2(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1)(2x + 1) =$

$= 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x^4 + x^3 - 2x - 1$

$= 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$

2. Найти производную функции $y(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

Решение: $y'(x) = \frac{(x^2+1)'(x^2-1)-(x^2+1)(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(x^2-1)-(x^2+1)2x}{(x^2-1)^2} =$

$= \frac{2x^3-2x-2x^3-2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$

3. Найти производную функции $y = (2x-5)(4x+8)$

Решение: $y' = (2x-5)'(4x+8) + (4x+8)'(2x-5) = 2(4x+8) + 4(2x-5) = 8x + 16 + 8x - 20 = 16x - 4$

4. Найти производную функции $y = \frac{2x-5}{4x+8}$

Решение: $y' = \frac{(2x-5)'(4x+8)-(4x+8)'(2x-5)}{(4x+8)^2} = \frac{2(4x+8)-4(2x-5)}{(4x+8)^2} = $

$= \frac{8x+16-8x+20}{(4x+8)^2} = \frac{36}{(4x+8)^2}$

Тест по теме: «Производная произведения и частного».

Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется дома
- При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста
- оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

1 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) < 0$, если $f(x) = 4x - 3x^2$, образуют множество:

а) $\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$ б) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ в) $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$ г) $\left(-\infty;\frac{3}{4}\right)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \geq 0$, если $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x$, образуют множество:

а) $[-5;3]$ б) $(-\infty;3]\cup[5;+\infty)$ в) $[3;5]$ г) $(-\infty;-5]\cup[3;+\infty)$

3. Значение производной функции $y(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{x}$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) $\frac{13}{18}$ б) $\frac{15}{16}$ в) 4 г) $-\frac{3}{4}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) -2 б) 4 в) -3 г) 1

5Значение производной функции $y(x) = \sqrt[3]{x^4}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) $\frac{3}{4}$ б) $-\frac{3}{4}$ в) $-\frac{4}{3}$ г) $\frac{4}{3}$

6. Если $y(x) = (17x - 2)(18 - x^2)$, то $y'(0)$ равно

а) -36 б) 34 в) 306 г)312

7. Корень уравнения: $f'(x) - g'(x) = 0$, если $f(x) = x^2 + 4$; $g(x) = (x + 1)(4x + 3)$; равен

а) $\frac{6}{7}$ б) $-\frac{3}{4}$ в) $-\frac{5}{6}$ г) $-1\frac{1}{6}$

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ в точке $x_0 = 4$ равно

а) 14 б) -9 в) 12 г) -11

9. Корнями уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$ являются числа

а) -3; 1 б) -1; 2 в)-2;1 г) -1; 3

10. Если $y(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x^2+x+4}$ то $y'(-2)$ равно

а) $\frac{32}{35}$ б) $-\frac{11}{37}$ в) $\frac{12}{35}$ г) $-\frac{11}{12}$

2 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) > 0$, если $f(x) = 6x - 2x^2$, образуют множество:

а) $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ б) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ в) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ г) $(-\infty;1{,}5)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \leq 0$, если $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$, образуют множество:

а) $[-3;2]$ б) $(-\infty;-2]\cup[3;+\infty)$ в) $[-2;3]$ г) $(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$

3. Значение производной функции $y(x) = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x}$ в точке $x_0 = 9$ равно

а) $1\frac{2}{7}$ б) $\frac{56}{81}$ в) $\frac{5}{7}$ г) $1\frac{2}{5}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^3}$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) 4 б) -3 в) 1 г) -2

5. Значение производной функции $y(x) = \sqrt[4]{x^5}$ в точке $x_0 = 16$ равно

а) 2,5 б) 12,5 в) 5 г) 3,5

6. Если $y(x) = (9x - 5)(3x^2 + 7)$, то $y'(0)$ равно

а) 27 б) -35 в) 63 г) -15

7. Корень уравнения $f'(x) - g'(x) = 0$, если $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = (x - 2)(3x + 4)$; равен

а) 0,1 б) -0,2 в) -0,3 г) 0,5

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) 7 б) 2 в) -3 г) 9

9. Корнями уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{x^2+24}{x+1}$ являются числа

а) -3; 1 б) -6; 4 в) -1; 3 г) -4; 6

10. Если $y(x) = \frac{2x^2-3x-1}{x^2-x-2}$, то $y'(-2)$ равно

а) $2\frac{3}{11}$ б) $1\frac{4}{9}$ в) $1\frac{5}{16}$ г) $2\frac{2}{9}$

3 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) < 0$, если $f(x) = 2x - 3x^2$, образуют множество

а) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ б) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ в) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ г) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \geq 0$, если $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$, образуют множество:

а) $(-\infty; -4] \cup [5; +\infty)$ б) $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$ в) $[-2; 3]$ г) $[-4; 5]$

3. Значение производной функции $y(x) = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x}$ в точке $x_0 = 4$ равно

а) $1\frac{13}{16}$ б) $1\frac{11}{17}$ в) $1\frac{3}{17}$ г) $1\frac{5}{16}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^4}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) 2 б) 3 в) 5 г) 4

5. Значение производной функции $y(x) = \sqrt[5]{x^6}$ в точке $x_0 = 32$ равно

а) 1,2 б) 2,5 в) 1,3 г) 2,4

6. Если $y(x) = (7x + 8)(13x^2 - 5)$, то $y'(0)$ равно

а) -40 б) -35 в) 104 г) 65

7. Корень уравнения $f'(x) + g'(x) = 0$, если $f(x) = x^2 + 5$; $g(x) = (x + 4)(3x + 4)$; равен а) -2 б) 1 в) -3 г) 2

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ в точке $x_0 = 2$ равно

а) -6 б) -7 в) -5 г) -2

9. Корнями уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{2x^2+6}{x+1}$, являются числа

а) -3; 1 б) -5; 2 в) 3; 1 г) -2; 5

10. Если $y(x) = \frac{3x^2+2x+1}{x^2+4x-3}$, то $y'(-2)$ равно

а) $\frac{60}{91}$ б) $\frac{50}{83}$ в) $\frac{30}{59}$ г) $\frac{70}{49}$

4 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) > 0$, если $f(x) = 3x - 9x^2$, образуют множество:

а) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ б) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ в) $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$ г) $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \leq 0$, если $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x$, образуют множество:

а) $[-1; 4]$ б) $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ в) $[-4; 1]$ г) $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$

3. Значение производной функции $y(x) = 8\sqrt{x} - \frac{3}{x}$ в точке $x_0 = 9$ равно

а) $1\frac{10}{27}$ б) $2\frac{3}{16}$ в) $1\frac{9}{17}$ г) $2\frac{2}{15}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^5}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) -4 б) -2 в) -3 г) -5

5. Значение производной функции $y(x) = \sqrt[6]{x^7}$ в точке $x_0 = 64$ равно

а) $\frac{6}{7}$ б) $2\frac{1}{3}$ в) $3\frac{1}{2}$ г) $1\frac{1}{7}$

6. Если $y(x) = (3x - 5)(2x^2 + 9)$, то$y'(0)$ равно

а) 6 б) -10 в) 27 г) -45

7. Корень уравнения: $f'(x) + g'(x) = 0$, если $f(x) = 2x^2 - 5$; $g(x) = (x + 2)(3x - 1)$; равен а) -0,3 б) -0,5 в) -0,1 г) -0.2

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{5x+1}{x-2}$ в точке $x_0 = 3$ равно

а) -11 б) 13 в) 14 г) -16

9. Корнями уравнения: $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{x^2-8}{x+3}$являются числа

а) -3; -1 б) -3; 1 в) -2; 3 г) -4; -2

10. Если $y(x) = \frac{2x^2+5x-1}{x^2+3x-4}$, то$y'(-2)$ равно

а) $\frac{13}{37}$ б) $\frac{14}{39}$ в) $\frac{5}{12}$ г) $\frac{7}{19}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 39

Тема: Производные тригонометрических функций

- изучить формулы дифференцирования тригонометрических функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Рассмотреть решение типичных примеров. Записать в тетрадь их решение

Задание 2. Решить тест по теме «Производные тригонометрических функций»

Тест по теме: «Производная тригонометрических функций и производная сложной функции»

Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 45 минут

При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста

оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста

1 Вариант.

1. Значение производной функции $y(x) = 2\sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$ равно

а) 2 б) 1 в) 1,5 г) 0

2. Значение производной функции y(x) = cosx – 4x в точке $x_0 = \frac{5\pi}{6}$ равно

а) -4,5 б) 2,5 в) -1.5 г) 3,5

3. Значение производной функции y(x) =2 – 3tgx в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$ равно

а) -2 б) -3 в) -1 г) -4

4. Значение производной функции y(x) =5 + 6ctgx в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равно

а) -12 б) 11 в) 12 г) -10

5. Все решения уравнения f′(x) = 0, если f(x) = 3sinx – 2 определяются формулой

а) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ б) $-\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

в) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ г) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

6. Значение производной функции y(x) = sin4xcosx + cos4xsinx в точке $x_0 = 0$ равно

а) 3 б) -4 в) 5 г) -2

7. Значение производной функции y(x) $=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ в точке $x_0 = 2\pi$ равно

а) 2 б) 1 в) 3 г) 0

8. Значение производной сложной функции: $f(x) = (3x - 4)^9$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) 36 б) 25 в) 31 г) 27

9. Значение производной сложной функции: $f(x) = \sin^2 x - 3$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$ равно

а) 1 б) 0 в) 2 г) -1

10. Значение производной сложной функции: $f(x) = \frac{1}{(4x-1)^7}$ в точке $x_0 = 0$ равно

а) -28 б) 21 в) -23 г) 24

Тест по теме: «Производная тригонометрических функций»

Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 45 минут
При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста
оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста

2 Вариант.

1. Значение производной функции y(x) = 4sinx в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$ равно

а) $3\sqrt{2}$ б) 1 в) $2\sqrt{3}$ г) 2

2. Значение производной функции y(x) = cosx + 3x в точке $x_0 = \frac{5\pi}{6}$ равно

а) 2,5 б) 2 в) 3.5 г) 3

3. Значение производной функции y(x) =1 – 2tgx в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равно

а) -2 б) 1 в) 2 г) -4

4. Значение производной функции у(х) =4 + 5ctgx в точке $x_0 = \frac{5\pi}{6}$ равно

а) -30 б) 10 в) 5 г) -20

5. Все решения уравнения$f'(x) = 0$, если f(x) = 4cosx + 2x определяются формулой

а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$ б) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

в) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ г) $\pi + 2\pi n, n \in Z$

6. Значение производной функции у(х) = cos5xcos3x + sin5xsin3x

в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равно

а) -1 б) 1,5 в) -2 г) 2,5

7. Значение производной функции у(х) =2sin2xcos2x в точке $x_0 = 0$ равно:

а) 4 б) 0,5 в) 2 г) 4,5

8. Значение производной сложной функции: $f(x) = (5x + 4)^{10}$ в точке $x_0 = - 1$ равно

а) -40 б) 20 в) -50 г) 30

9. Значение производной сложной функции: $f(x) = 2 + \cos^2 x$ в точке $x_0 = \pi$ равно

а) -1 б) 1 в) 2,5 г) 0

10. Значение производной сложной функции: $f(x) =\frac{1}{(6x-1)^{12}}$

в точке $x_0 = 0$ равно

а) -72 б) 72 в) -20 г) -40

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 40

Тема: Производная сложной функции

Цель:

- изучить формулу для вычисления производной сложной функции

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 115-117

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 117 № 224,225,230

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 41

Тема: Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции y=f(x)

Цель

- познакомиться с алгоритмом составления уравнения касательной к графику функции

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.171-176. Ответить письменно на вопросы 1-6 стр. 176

*Задание 2.*Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.236 № 9.16 А; Б;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 42

Тема: Физический (механический) смысл производной – мгновенная скорость в момент времени t: v = S′ (t)

Цель:

- изучить Физический (механический) смысл производной – мгновенная скорость в момент времени t: v = S′ (t)

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 133-137

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 138 № 267 -276

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 43

Тема: Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной.

Цель

- изучить применение производной к исследованию и построению графиков функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

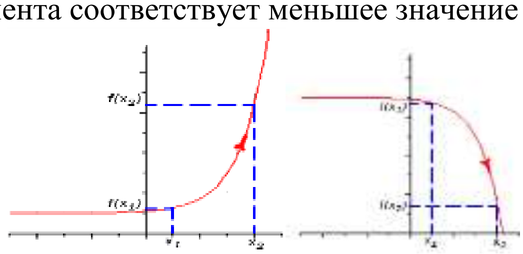
*Задание 2.*Выполнить задания.

Основные теоретические сведения

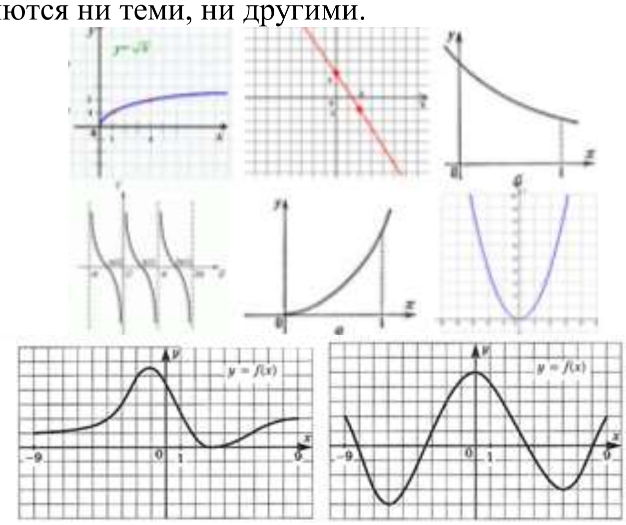
Одной из основных задач, возникающих при исследовании функции, является нахождение ***промежутков монотонности функции(промежутков возрастания и убывания)***. Такой анализ легко сделать с помощью производной.

Но прежде чем приступить к исследованию функций на монотонность вспомним, какие функции называются возрастающими (убывающими).

Функция y=f(x) называется ***возрастающей*** в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и ***убывающей***, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

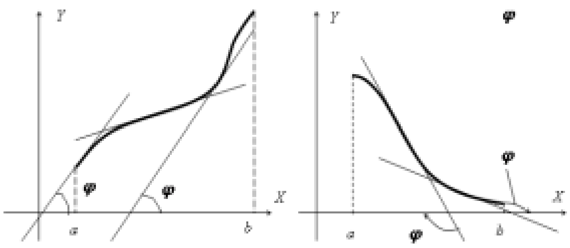


Даны 8 графиков функций. Определите, какие из них являются возрастающими, какие убывающими, или не являются ни теми, ни другими.



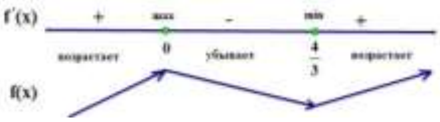
<u>Необходимый признак возрастания (убывания) функции.</u>

Теорема 1. *Если дифференцируемая функция y=f(x)* ***возрастает (убывает) в данном интервале****, то* ***производнаяэтой функции не отрицательна(не положительна) в этом интервале****.*



Обратное заключение также справедливо, оно выражается следующей теоремой.

Теорема 2. *Если производная функции y=f(x)* ***положительна (отрицательна)*** *на некотором интервале, то функция в этом интервале* ***монотонновозрастает (монотонно убывает)****.*



Сформулируем теперь правило нахождения интервалов монотонности функции f(x).

1. *Находим область определения функции f(x).*
2. *Вычисляем производную f'(x) данной функции.*
3. *Находим точки, в которых f'(x)=0 или не существует. Эти точки называются* ***критическими*** *для функции f(x).*
4. *Делим область определения функции этими точками на интервалы. Они являются* ***интервалами монотонности****.*

5. *Исследуем знак f'(x) на каждом интервале. Если* ***f'(x)›0****, то на этом интервале* ***f(x) возрастает****; если* ***f'(x)‹0****, то на таком интервале функция* ***f(x) убывает****.*

Рассмотрим теперь нахождение промежутков возрастания/убывания на конкретном примере функции.

<u>*Пример №1.*</u> *Найти промежутки монотонности функции* $y=2x^3-3x^2-36x+5$.

1. ***<u>Область определения</u>****: R. Функция непрерывна.*
2. ***<u>Вычисляем производную:</u>*** $y'=6x^2-6x-36$.
3. ***<u>Находим критические точки:</u>*** $y'=0$.

$$x^2-x-6=0$$
$$Д=1-4*(-6)*1=1+24=25$$
$$x_1=-2,\ x_2=3$$

4. ***<u>Делим область определения на интервалы:</u>***

5. ***Функция возрастает*** *при* $x\epsilon(-\infty;-2]\cup[3;+\infty)$, *функция* ***убывает*** *при* $x\epsilon[-2;3]$.

<u>*Пример №2.*</u> *Найти промежутки монотонности функции* $y=x^3-3x^2$.

1. ***<u>Область определения</u>****: R. Функция непрерывна.*
2. ***<u>Вычисляем производную :</u>*** $y'=3x^2-6x$.
3. ***<u>Находим критические точки:</u>*** $y'=0$.

$$x^2-2x=0$$
$$x(x-2)=0$$
$$x_1=0 \text{ и } x_2=2$$

4. ***<u>Делим область определения на интервалы:</u>***

5. ***Функция возрастает*** *при* $x\epsilon(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$, *функция* ***убывает*** *при* $x\epsilon[0;2]$.

Но помимо монотонности функций с помощью первой производной можно ещё определить экстремумы функций (точки максимума/минимума).

Сначала введём необходимые определения и понятия.

<u>Опр. 1.</u> *Точку* $x=x_0$ *называют* ***точкой минимума*** *функции* $y=f(x)$, *если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x)\geq f(x_0)}$.

<u>Опр. 2.</u> *Точку* $x=x_0$ *называют* ***точкой максимума*** *функции* $y=f(x)$, *если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x)\leq f(x_0)}$.

Теорема 3. *Если функция* $y=f(x)$ *имеет экстремум в точке* $x=x_0$, *то в этой точке* ***производная*** *функции или* ***равна нулю****, или* ***не существует****.*

Например, функция $f(x)=x^5$ имеет производную $f'(x)=5x^4$, которая обращается в нуль в точке $x_0=0$. Однако экстремума в этой точке функция не имеет (происходит изменение кривизны).

Поэтому вводят ещё достаточный признак существования экстремумов функции.

Теорема 4. *Если производная* $f'(x)$ *при переходе через точку* x_0 *меняет знак, то точка* x_0 *является точкой экстремума функции* $f(x)$.

Если производная меняет знак с ***+ на –****, то точка будет являться* ***точкой максимума****, если с* ***– на +****, то точка будет* ***точкой минимума****.*

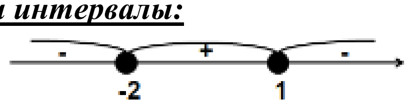
Рассмотрим теперь на примерах исследование функции на монотонность и экстремумы.

<u>*Пример №3.*</u> *Найти экстремумы функции* $y=-2x^3-3x^2+12x-4$.

1. ***<u>Область определения</u>****: R. Функция непрерывна.*
2. ***<u>Вычисляем производную :</u>*** $y'=-6x^2-6x+12$.
3. ***<u>Находим критические точки:</u>*** $y'=0$.

$$x^2+x-2=0$$
$$D=1-4*1*(-2)=1+8=9$$
$$x_1=-2 \text{и } x_2=1$$

4. ***<u>Делим область определения на интервалы:</u>***



5. ***Функция возрастает** при **x∈(-∞;-2]∪[1;+∞)**, функция **убывает** при **x∈[-2;1]**.*
6. *Видно, что в точке x=-2 знак производной меняется с минуса на плюс. Поэтому критическая точка **x=-2 – точка минимума**. Найдём минимум функции y_{min}**=-24**. В точке x=1 знак меняется с плюса на минус. Поэтому критическая точка **x=1 – точка максимума**. Найдём максимум функции: y_{max}**=3**.*

Общая схема для построения графика функции

1. Найти область определения функции D(f)
2. Выяснить, не является ли функция чётной или нечётной, периодической. Функция является чётной, если для любого x из области определения функции выполняется равенство f(-x) = f(x). График чётной функции симметричен относительно оси ординат.
Функция является нечётной, если для любого x из области определения функции выполняется равенство f(-x) =- f(x). График нечётной функции симметричен относительно начала координат.
Функция называется периодической, если существует такое число P, что для любого x из области определения функции выполняется равенство:
f(x-P) = f(x) = f(x+P).
3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.
x=0. y=… y=0. x=…
4. Найти асимптоты графика функции.
Асимптотой называется прямая, к которой неограниченно приближается точка графика функции при неограниченном удалении от начала координат. График функции имеет вертикальную асимптоту при x→ a, если $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$. График функции имеет горизонтальную асимптоту, если $\lim_{x\to\infty} f(x) =$ b. График функции имеет наклонную асимптоту y = kx +b, если существуют такие числа k и b, что выполняются равенства: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x} = k$ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) - x = b$
5. Найти промежутки монотонности и её экстремумы. Вычислить значения функции в точках экстремума.
6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба. Выпуклость вниз или вверх графика функции характеризуется знаком её второй производной: если в некотором промежуткеf''(x)>0, то график функции выпуклый вниз в этом промежутке; если же f''(x)<0, то график функции выпуклый вверх. Точка графика функции, разделяющая промежутки выпуклости разных направлений этого графика, называется точкой перегиба.
7. Построить график, используя полученные результаты исследования.

<u>Пример 1</u>

Исследовать функцию и по результатам исследования построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$$

Решение:

1) Функция определена и непрерывна на всей числовой прямой: $D(f) = \Re$.
Проверим функцию на чётность/нечётность:

$$f(-x) = (-x)^3 - \frac{5}{2}\cdot(-x)^2 - 2\cdot(-x) + \frac{3}{2} = -x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$$

$f(-x) \neq f(x),\ f(-x) \neq -f(x)$, значит, данная функция не является чётной или нечётной.
Очевидно, что функция непериодическая.
2) Асимптоты, поведение функции на бесконечности.
Так как функция непрерывна на , то вертикальные асимптоты отсутствуют.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\left(x^2 - \frac{5}{2}x - 2 + \frac{3}{2x}^{\to 0}\right) = +\infty$$

Нет и наклонных асимптот.
3) Нули функции и интервалы знакопостоянства.
Сначала найдём точку пересечения графика с осью ординат. Это просто. Необходимо вычислить значение функции при $x = 0$:

$y = f(0) = 0^3 - \frac{5}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

Чтобы найти точки пересечения с осью OX (нули функции) требуется решить уравнение $f(x) = 0$, или $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$

Проверим числа $x = 1, x = -1$:

$f(1) = 1^3 - \frac{5}{2} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + \frac{3}{2} = 1 - \frac{5}{2} - 2 + \frac{3}{2} = -2 \neq 0$ – не подходит;

$f(-1) = (-1)^3 - \frac{5}{2} \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + \frac{3}{2} = -1 - \frac{5}{2} + 2 + \frac{3}{2} = 0$ – подходит!

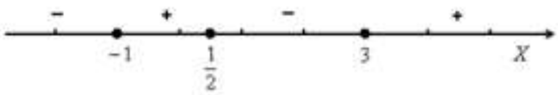
Однако у нас есть красивый корень $x = -1$, поэтому делим многочлен $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ на $(x+1)$ без остатка:

В итоге левая часть исходного уравнения $x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$ раскладывается в произведение:

$(x+1) \cdot \left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 0$

Уравнение $x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$ имеет два действительных корня $x = \frac{1}{2}, x = 3$.

На числовой прямой отложим найденные значения $x = -1, x = \frac{1}{2}, x = 3$ и **<u>методом интервалов</u>** определим знаки функции:

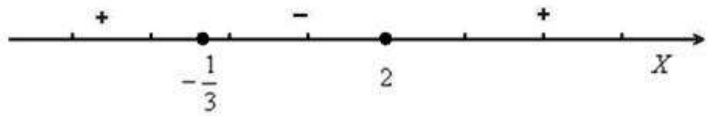


Таким образом, на интервалах $(-\infty; -1), \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ график расположен ниже оси абсцисс $(f(x) < 0)$, а на интервалах $\left(-1; \frac{1}{2}\right), (3; +\infty)$ – выше данной оси $(f(x) > 0)$.

4) Возрастание, убывание и экстремумы функции.

Найдём критические точки: $f'(x) = \left(x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}\right)' = 3x^2 - 5x - 2 = 0$

Данное уравнение имеет два действительных корня $x = -\frac{1}{3}, x = 2$. Отложим их на числовой прямой и определим знаки производной:



Следовательно, функция возрастает на $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ и убывает на $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$. В точке $x = -\frac{1}{3}$ функция достигает максимума: $f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27} - \frac{5}{18} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{50}{27} \approx 1{,}85$.

В точке $x = 2$ функция достигает минимума: $f(2) = 8 - 10 - 4 + \frac{3}{2} = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2}$.

Установленные факты загоняют наш шаблон в довольно жёсткие рамки:

5) Выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Найдём критические точки второй производной:

$$f''(x) = (3x^2 - 5x - 2)' = 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Определим знаки $f''(x)$:

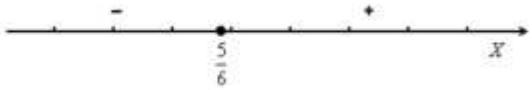
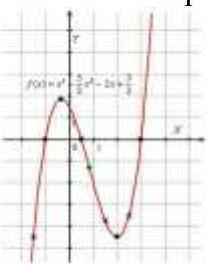


График функции является выпуклым на $\left(-\infty; \frac{5}{6}\right)$ и вогнутым на $\left(\frac{5}{6}; +\infty\right)$. Вычислим ординату точки перегиба: $f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{125}{216} - \frac{125}{72} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{143}{108} \approx -1{,}32$.

Выполним чертёж:



Примеры для самостоятельного решения:

<u>Пример 1</u>

Исследовать функцию и построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{x^4}{4}$$

<u>Пример 2</u>

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и на основании результатов исследования построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

<u>Пример 3</u>

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3}$$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 44

Тема: Исследование функции на монотонность и построение графиков.

Цель:

- изучить построение графиков методами дифференциального исчисления

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 147-149
Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 150 № 300,301
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 45

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции

Цель

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.191-192.
*Задание 2.*Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.242 № 9.45 А; Б; В
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 46

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции

Цель

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Выполнить задания.

1. Знать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке.
2. Уметь решать задачи следующего вида:

Часть А. (обязательный уровень):

а). Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$
на промежутке $[1;4]$
б). Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 1 + 8x - x^2$
на промежутке $[2:5]$
в). Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 3x^2 - 18x + 1$
на промежутке $[1:4]$
г). Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 5 - 8x - x^2$ на промежутке $[-6;-3]$

Часть В. (на оценку 4):

а). Найдите наибольшее и наименьшее значения функции
$f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3$ на промежутке [-1;4].
б). Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$ на промежутке [-4;4].

Часть С. (на оценку 5):

а). Разбейте число 8 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма квадрата первого слагаемого и куба второго слагаемого была наименьшей.

б). Разбейте число 6 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата первого слагаемого и второго слагаемого было наибольшим.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 47

Тема: Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах

Цель

- научиться с помощью производной решать задачи на нахождение оптимального результата

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1 .Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.252 № 9.68 ; 9.69; 9.70

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 48

Тема: Контрольная работа по теме «Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции»

Цель

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Контрольная работа по теме «Производная»
Вариант 1

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 45 минут
- Вы можете пользоваться таблицей производных и таблицей значений тригонометрических функций

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
- оценка «4» ставится выполнение любых семи заданий контрольной работы
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

1. Найти корень уравнения $y'(x) = 0$ при $y(x) = 63x^2 – 9x + 3$
2. Вычислить значение производной функции $f(x) = \frac{8}{x} - 7x^3 + 4\sqrt{x}$ при $x = 1$
3. Вычислить значение производной функции $f(x) = \frac{x^2+1}{4x+3}$ при $x = -1$
4. Вычислить $f'(0)$, если $f(x) = (2x + 5) \cdot (x^2 – 1)$
5. Вычислить $f'(1)$, если $f(x) = (3x – 1)^5$
6. Вычислить $f'(0)$, если $f(x) = \sqrt{6x+1}$
7. Вычислить $f'(\frac{\pi}{2})$, если $f(x) = \cos 4x - \frac{1}{2}\sin x$
8. Вычислить значение производной функции $f(x) = 3 – \sin^2 x$ при $x = \pi$

Контрольная работа по теме «Производная»
Вариант 2

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 45 минут
- Вы можете пользоваться таблицей производных и таблицей значений тригонометрических функций

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
- оценка «4» ставится выполнение любых семи заданий контрольной работы
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

1. Найти корень уравнения $y'(x) = 0$ при $y(x) = 17x^2 – 34x + 1$
2. Вычислить значение производной функции $f(x) = \frac{3}{x} - 19x^6 + 2\sqrt{x}$ при $x = 1$
3. Вычислить значение производной функции $f(x) = \frac{2x^2+1}{4x+3}$ при $x = -1$
4. Вычислить $f'(0)$, если $f(x) = (2x + 7) \cdot (x^2 + 3)$
5. Вычислить $f'(1)$, если $f(x) = (2x – 1)^4$
6. Вычислить $f'(0)$, если $f(x) = \sqrt{1-2x^2}$
7. Вычислить $f'(\pi)$, если $f(x) = \sin 2x - \frac{1}{4}\cos x$
8. Вычислить значение производной функции $f(x) = 25 – \cos^2 x$ при $x = \frac{\pi}{2}$

Контрольная работа по теме «Производная»
Вариант 3

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 45 минут
- Вы можете пользоваться таблицей производных и таблицей значений тригонометрических функций

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
- оценка «4» ставится выполнение любых семи заданий контрольной работы
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

1. Найти корень уравнения $y'(x) = 0$ при $y(x) = 23x^2 – 46x + 1$

2. Вычислить значение производной функции $f(x) = 19x^6 - 10\sqrt{x} + \frac{3}{x}$ при $x = 1$

3. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{5x-1}{x^3+2}$ при x = -1
4. Вычислить f '(2), если f(x) = (2x - 1) · (6x - 5)
5. Вычислить f '(1), если f(x) = $(11x - 10)^7$
6. Вычислить f '(1), если f(x) = $\sqrt{6x-5}$
7. Вычислить f '(0), если f(x) = sin7x + $\frac{1}{2}$ cosx
8. Вычислить значение производной функции f(x) = 9 – $\cos^2$x при x = $\frac{\pi}{2}$

Контрольная работа по теме «Производная»
Вариант 4

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 45 минут
- Вы можете пользоваться таблицей производных и таблицей значений тригонометрических функций

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
- оценка «4» ставится выполнение любых семи заданий контрольной работы
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

1. Найти корень уравнения $y'(x) = 0$ при y(x) = $18x^2 - 9x + 2$
2. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{2}{x} + 6\sqrt{x} - 17x^3$ при x = 1
3. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{5x+9}{1-x^2}$ при x = 2
4. Вычислить f '(-1), если f(x) = (3x - 1) · $(x^2 + 2)$
5. Вычислить f '(1), если f(x) = $(10 - 9x)^{11}$
6. Вычислить f '(2), если f(x) = $\sqrt{5x-6}$
7. Вычислить f '(0), если f(x) = cos7x + $\frac{1}{3}$ sin x
8. Вычислить значение производной функции f(x) = $\sin^2$x - 13 при x = $\frac{\pi}{2}$

Контрольная работа по теме «Производная»
Вариант 5

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 45 минут
- Вы можете пользоваться таблицей производных и таблицей значений тригонометрических функций

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
- оценка «4» ставится выполнение любых семи заданий контрольной работы
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

1. Найти корень уравнения $y'(x) = 0$ при y(x) = $42x^2 - 12x + 3$
2. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{2}{x} - 5x^2 + 6\sqrt{x}$ при x = 1
3. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{3x^2-1}{5x+2}$ при x = -1

4. Вычислить f '(0), если f(x) = (7x + 4) · (3x^2 – 1)
5. Вычислить f '(1), если f(x) = (2x – 1)^9
6. Вычислить f '(0), если f(x) = $\sqrt{7x+9}$
7. Вычислить f '($\frac{\pi}{2}$), если f(x) = 2cos 6x - $\frac{1}{3}$ sin x
8. Вычислить значение производной функции f(x) = 4 + sin^{2}x при x = 2π

Контрольная работа по теме «Производная»
Вариант 6

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 45 минут
- Вы можете пользоваться таблицей производных и таблицей значений тригонометрических функций

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
- оценка «4» ставится выполнение любых семи заданий контрольной работы
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

1. Найти корень уравнения $y'(x) = 0$ при y(x) = 16x^2 – 48x + 1
2. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{5}{x}$ - 21x^3 + 10$\sqrt{x}$ при x = 1
3. Вычислить значение производной функции f(x) = $\frac{3x^2-2}{4x+3}$ при x = -1
4. Вычислить f '(0), если f(x) = (6x + 5) · (4x^2 + 3)
5. Вычислить f '(1), если f(x) = (2x + 1)^3
6. Вычислить f '(0), если f(x) = $\sqrt{16-3x^2}$
7. Вычислить f '(π), если f(x) = 2sin$\frac{3}{2}$x - $\frac{1}{3}$ cosx
8. Вычислить значение производной функции f(x) = 2 + cos^{2}x при x = $\frac{\pi}{2}$

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 49
Тема: Понятие призмы. Ее основания и боковые грани. Высота призмы. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Ее сечение

Цель
- познакомиться с понятием призмы, с видами призм

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.145-147

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить задания стр. 147 № 1-4

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 50

Тема: Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда, куб. Сечение куба, параллелепипеда

Цель
- научиться решать задачи с применением свойств куба и параллелепипеда

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 219-224

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 51

Тема: Площадь боковой и полной поверхности призмы, пирамиды

Цель
- научиться решать задачи на вычисление площади боковой и полной поверхности призмы и пирамиды

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 225-230

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 52

Тема: Симметрия в природе, архитектуре, технике, в быту

Цель
- изучение симметрии в природе, архитектуре, технике и быту

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Подготовка рефератов, презентаций и сообщений обучающимися на тему «Симметрия в природе, архитектуре, технике и быту»

Контроль знаний обучающихся:
- оценка проделанной работы

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 53

Тема: Симметрия в природе, архитектуре, технике, в быту

Цель

- изучение симметрии в природе, архитектуре, технике и быту

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Подготовка рефератов, презентаций и сообщений обучающимися на тему «Симметрия в природе, архитектуре, технике и быту»

Контроль знаний обучающихся:

- оценка проделанной работы
-

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 54

Тема: Симметрия в природе, архитектуре, технике, в быту

Цель

- изучение симметрии в природе, архитектуре, технике и быту

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Подготовка рефератов, презентаций и сообщений обучающимися на тему «Симметрия в природе, архитектуре, технике и быту»

Контроль знаний обучающихся:

- оценка проделанной работы

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 55

Тема: Понятие правильного многогранника. Свойства правильных многогранников

Цель

- изучить виды правильных многогранников
- научиться решать задачи на правильные многогранники

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 290-293

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 56

Тема: Конус и его элементы

Цель

- научиться решать задачи про конус

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

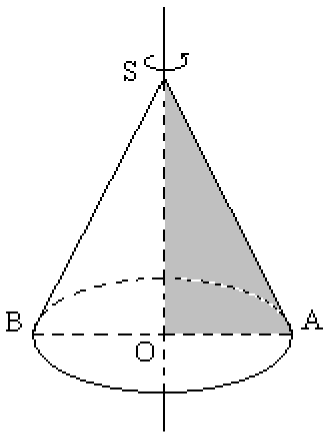
Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задачи.

Основные теоретические сведения

Когда человеку стали необходимы тела вращения? Археологические раскопки показывают, что кувшинами из глины, копьями люди пользовались еще до нашей эры. А теперь тела вращения окружают нас повсюду: в быту, технике и на производстве. Геометрические тела, такие как конус, цилиндр, шар, усеченный конус, используют чаще всего в совокупности с другими телами или друг с другом. Например, в технике любой узел станков и механизмов есть сочетание тел вращения с многогранниками, любую проволочку, трубу можно рассматривать как цилиндр пустой. На производстве приходится пользоваться гвоздями, которые представляют собой сочетание цилиндра, конуса, усеченного конуса, и киянкой - сочетание параллелепипеда и цилиндра.

Если люди издавна пользовались телами вращения в быту, то поэтому, вероятно, их так много сохранилось до наших дней. Это кастрюли, стаканы, бутылки, вазы, ведра и многое другое. Но самое большое применение нашли тела вращения в технике. Поэтому сейчас создано много различных станков для получения тел вращения. Конструкторы машин вычисляют вес любой детали сначала по чертежу, поэтому очень важно уметь вычислять поверхность не только отдельного геометрического тела, но и совокупность их. Без труб сантехнику не обойтись, втулка насоса с которым надо работать состоит из совокупности цилиндров. Можно сказать, что тела вращения находят свое применение во .



1. **<u>Конус</u>** – тело, которое состоит из круга – основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Конус получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг катета.

2. т. S – вершина конуса

Круг(O,OA) – основание конуса

SA=SB – образующие конуса

Отрезок SO – высота конуса

Прямая SO – ось конуса

3. а) осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник

б) сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину – равнобедренный треугольник

в) сечение конуса плоскостью, перпендикулярно оси симметрии – круг

4. а) вписанная пирамида – пирамида, основание которой есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые ребра пирамиды – образующие конуса

б) Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

Описанная пирамида – пирамида, у которой основанием служит многоугольник, описанный около основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые грани – касательные плоскости конуса.

<u>*Решение задач*</u>

1. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг его оси симметрии, параллельной большей стороне
2. Радиус основания цилиндра равен 6 см ,высота в два раза меньше длины окружности основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра
3. Найдите объём тела, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 6 см вокруг прямой, проходящей через середины его больших сторон.
4. Найдите объём тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг большей стороны.
5. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
6. Высота цилиндра равна 6 см, а площадь его боковой поверхности вдвое меньше площади его полной поверхности. Найдите объём цилиндра.

7. Радиус основания цилиндра равен 4 см, высота в 2 раза больше длины окружности основания. Найдите объём цилиндра.
8. Площадь осевого сечения цилиндра равна 64 см ^{2}, а его образующая равна диаметру основания.
9.Высота конуса равна 4, а диаметр основания — 6. Найдите образующую конуса.
10. Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5.Найдите диаметр основания конуса.
11 Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей 5. Найдите высоту конуса.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 57

Тема: Сечение конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), конические сечения. Развертка конуса

Цель

- изучить виды сечений конуса
- научиться решать задачи на сечения конуса

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 124-126; № 557-564

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 58

Тема: Объем куба и прямоугольного параллелепипеда. Объем призмы и цилиндра.

Цель:

- научиться решать задачи на вычисление объемов многогранников

Критерии оценок

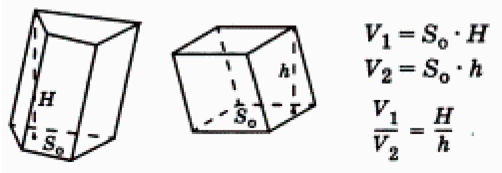
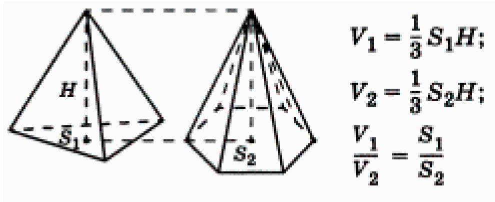
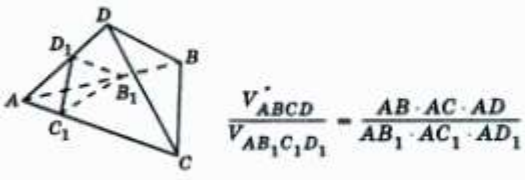
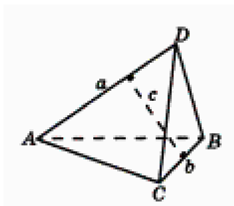
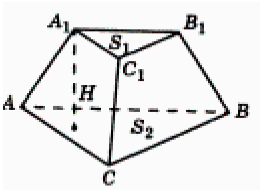
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.
Задание 2. Решить задачи.

Основные теоретические сведения

Объемы равных тел равны. Если тело разбито на несколько тел, не имеющих общих внутренних точек, то его объем равен сумме объемов ***этих*** тел. ***Отношение объемов*** подобных тел равно ***кубу*** коэффициента подобия.	

Объем призмы равен: произведению площади ее основания на высоту $V = S_0 \cdot H$ произведению площади ее перпендикулярного сечения на боковое ребро $V = S_{\perp} \cdot l$	
Объем пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту. $V = \frac{1}{3} S_0 \cdot H$	
Объемы призм (пирамид), ***имеющих равновеликие основания***, относятся***как их высоты***. ***Объемы призм*** (пирамид), ***имеющих равные высоты***, относятся ***как площади их оснований***.	
Объемы тетраэдров, имеющих ***общий трехгранный угол***, относятся как ***произведения ребер***, содержащих этот угол.	
Объем тетраэдра может быть найден по формуле: $V = \frac{1}{6} a\, b\, c \sin \varphi$, где *a* и *b* — длины скрещивающихся ребер, *c* — расстояние между ними, ϕ — угол между ними.	
Объем усеченной пирамиды $V = \frac{1}{3} H \cdot \left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}\right)$	
Объем многогранника можно получить, разбив его на не имеющие общих внутренних точек тетраэдры (***триангуляция***) и суммировав их объемы.	
Если в многогранник ***можно вписать шар, то объем*** многогранника равен: $V = \frac{1}{3} S_{полн} \cdot R$, *R* — радиус вписанного шара, $S_{полн}$ — площадь полной поверхности многогранника.	

Решение задач с практическим содержанием.

1.Классное помещение должно быть таким, чтобы на одного обучающегося приходилось не менее 6м^3 воздуха. Можно ли в помещении с параметрами а =7,5м,в =5м, с =3,3м заниматься 25 обучающимся, не нарушая санитарной нормы?
2. Клумба для цветов имеет форму прямой треугольной призмы. Сколько воды выпало за сутки на треугольную клумбу (основа – правильный треугольник) со стороной 4м? Суточное выпадение осадков составило 30мм (по высоте клумбы).

Задачи на развитие пространственного воображения

1. На рисунке представлена фотография здания. Назовите геометрические фигуры, из которых  состоит это здание.

Задачи на вычисление объема.

2. Дан прямой параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Стороны основания равные 7м. и 4м. образуют угол в 30°, боковое ребро равно 5м. Найдите площадь основания и объем параллелепипеда.
3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сторона куба равна 15см. Вычислить площадь основания, диагональ и объём куба.
4. В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 1. Найдите высоту пирамиды.
5. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, объём которого равен 1000м3. вычислите площадь основания, диагональ и сторону куба.
6. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Основание ABCD - прямоугольник, большая сторона которого равна 20см, а диагональ основания равна 25см.. Определите площадь основания и высоту, если объём фигуры равен 5250см
7. Дана наклонная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Основание ABCD – параллелограмм, стороны которого равны 14см и 8см. Высота основания образует со стороной АВ угол в 60°. Определите площадь основания и объём фигуры, если высота параллелепипеда равна 19см.

Разгадывание ребусов. Необходимо разгадать термины, связанные с темой урока (пирамида, призма, куб)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 59

Тема: Объемы пирамиды и конуса. Объем шара. Площади поверхностей тел

Цель:

- научиться решать задачи на вычисление объемов пирамиды, конуса и шара

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Записать формулы

Объём любой пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту. $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$.

Объем конуса $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

Объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Решить задачи:

1). Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9м и 12м. Все боковые рёбра равны 12, 5м. Найдите объём пирамиды.

2). Основание пирамиды – равнобедренный треугольник со сторонами 6см, 6см, 8см. Все боковые ребра равны 9см. Найдите объем пирамиды.

3).В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 3см, площадь боковой поверхности равна 80см^2. Найдите объем пирамиды.

4).В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6см, площадь боковой поверхности в два раза больше площади основания. Найдите объем пирамиды.

5).Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6см и образует с боковой гранью угол 30^0. Найдите объем пирамиды.

6). В правильной четырехугольной пирамиде апофема образует с плоскостью основания угол 60^0. Высота пирамиды равна 6см. Найдите объем пирамиды.

7). Найти площадь полной поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 8см и 15см вокруг большего катета.

8). Образующая конуса равна 5см, площадь его боковой поверхности 15πсм^2. Найдите объем конуса.

9). Радиус основания конуса равен 5см, а образующая конуса равна 13см. Найдите объем конуса.

10). Высота конуса равна 5см, а угол при вершине осевого сечения равен 120^0. Найдите объем конуса.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 60

Тема: Комбинации геометрических тел

Цель

- изучить комбинации геометрических тел
- научиться решать задачи на комбинации геометрических тел

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 138-139; № 640-646

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 61

Тема: Комбинации геометрических тел

Цель

- изучить комбинации геометрических тел
- научиться решать задачи на комбинации геометрических тел

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание Решить задачи.

1. Треугольник со сторонами 15см, 42см и 51см вращается около большей стороны. Найдите объем тела вращения.
2. Квадрат со стороной 3см вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь поверхности тела вращения.
3. Прямоугольная трапеция с основаниями 5см и 8см и высотой 4см вращается около большего основания. Найдите объем тела вращения.
4. Прямоугольная трапеция с основаниями 15см и 12см и высотой 4см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
5. Равнобочная трапеция с основаниями 10см и 18см и высотой 3см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
6. Равнобочная трапеция с основаниями 12см и 18см и высотой 4см вращается около большего основания. Найдите объем тела вращения.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 62, 63

Тема: Использование комбинаций многогранников и тел вращения в практико-ориентированных задачах

Цель

- изучить комбинации геометрических тел
- научиться решать задачи на комбинации геометрических тел

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Провести деловую игру. Группа делится на 3 команды заранее, получает домашнее задание

Математика нужна
В каждом деле нам всегда:

И в ученье, и в работе
Помогает нам она.
Космонавтам, морякам,
Трактористам , поварам,
Всем подряд без исключенья
Математика нужна.

1. Каждой команде обучающихся раздается кроссворд. Необходимо угадать принцип составления кроссворда и зашифрованные слова. Слова означают геометрические термины, относящиеся к стереометрии. Вычеркнуть слова, которые не относятся к нашей теме. (групповая работа)

Цилиндр, шар и сфера – слова греческого происхождения, конус – латинское слово, заимствованное из греческого.
В переводе на русский язык цилиндр – валик, каток; конус – затычка, втулка, сосновая шишка.
Шар и сфера – происходят от одного и того же греческого слова «сфайра» - мяч. Евклид в 11-й книге «Начал» дал определение цилиндра, шара и конуса как тел вращения.
Задача вычисления объёмов, идущая из практических потребностей , была одним из стимулов развития геометрии. Математика Древнего Востока (Вавилония, Египет) располагала рядом правил для вычисления объёмов (большей частью эмпирических). Греческая математика последних столетий до нашей эры освободила теорию вычисления объёмов от приближённых эмпирических правил. В «Началах» Евклида и в сочинениях Архимеда имеются только точные правила вычисления объёмов цилиндра, конуса, шара и их частей.
Формулу вычисления объёма конуса даёт Герон Александрийский. Боковая поверхность цилиндра, конуса, объёмы шара и сферического сегмента, а также объёмы различных тел вращения найдены Архимедом.
Вывод формулы объёма шара и площади сферы – одно из величайших открытий Архимеда. В его произведении «О шаре и цилиндре» есть следующие теоремы:

1. Объём шара равен учетверённому объёму конуса, основанием которого служит большой круг, а высотой радиус шара, то есть

$$V=\square\pi R^3$$

2. Объём цилиндра в полтора раза больше объёма вписанного в него шара.

Цилиндр с вписанным шаром – символ одного из прекраснейших открытий Архимеда – был изображён на его надгробном камне в Сиракузах.
Аналитически объём может быть выражен с помощью кратных интегралов. Исторически происходило так, что задолго до создания интегрального исчисления операция интегрирования фактически применялась к вычислению объёмов некоторых тел вращения, чем и была подготовлена почва для развития интегрального исчисления в 17-18 веках.
В середине 18 века Эйлер и Лагранж свободно владели двойным и тройным интегралами. В 1756 году Лагранж выразил с их помощью объёмы цилиндрических тел и площади криволинейных поверхностей.

Дидактическая игра «Идеальная пара».

Студентам раздаются листы с формулами, разрезанные поперёк на половинки произвольным образом и перемешанные.
Затем поочерёдно учащиеся выходят к магнитной доске, показывают свою половину формулы группе, а «идеальная пара» - тот обучающийся, у которого правильная вторая половина формулы. Он выходит и прикрепляет уже всю формулу к магнитной доске. И так до тех пор, пока все формулы не окажутся правильно соединены на доске.

1. $V_{[?][?]}=[?][?]RH$
2. $V_{[?][?]}=\frac{1}{4}[?][?]d^2H$

1. Историческая справка (капитаны команд) (см. Приложение №2)

2. Нужно рассказать как можно подробнее об одном из геометрических тел: пирамиде; призме; конусе, цилиндре или шаре, отвечают по плану (принимаются дополнения): (индивидуальная работа).

а).Определение геометрического тела;

б).Чертеж названного тела (у доски).

в)Назвать основные элементы тела;

За правильно выполненное задание 2 балла в свою личную копилку.

Давайте проверим ваше знание формул на вычисление площадей и объемов многогранников и тел вращения. Я предлагаю поиграть со мной. «Идеальная пара». Студентам раздаются листы с формулами площадей и объемов геометрических тел, разрезанные поперек на половинки произвольным образом и перемешанные. Затем поочередно обучающиеся выходят к магнитной доске, показывают свою половину формулы группе, а идеальная пара – тот студент, у которого правильная вторая половина формулы. И так до тех пор, пока, пока все формулы не окажутся правильно соединены на доске. Каждая пара, правильно, соединившаяся получает 2 балла в свою копилку.(см. Приложение № 3)

Физкультминутка - обгонялки: преподаватель называет предметы, похожие на многогранники и геометрические тела, а команды наперегонки называют это геометрическое тело (за правильный ответ – 1 балл).

Мы повторили с вами определение геометрических тел, их основные элементы, формулы, используемые для их измерения. Теперь пришла пора применить наши знания на практике, решая практико-ориентированные задачи, которые помогут ответить на главный вопрос нашего урока: «Нужна ли математика на кухне?» и изменить ваше отношение к математике.

4. **Решение задач профессиональной направленности.**

Нас с вами ждет деловая игра. Вы не просто команды, а вы команды профессионалов, перед которыми поставлена конкретная задача: каждая команда предлагает своим соперникам практико-ориентированную задачу.

5. **Итоги урока – заполняют капитаны команд и студенты свой личный бланк..**

команда	**Интеллект. разминка**	**Конкурс капитанов**	**Домашние заготовки**	**Итоги место команды**	**Индивидуальна**
1-					
2-					
3-					

- Оцениваем работу обучающихся у доски;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 64

Тема**: Контрольная работа по теме: «Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения**»

Цель

контроль знаний

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Решить задачи.

Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется в аудитории во время занятий.
- Максимальное время выполнения задания: 90 минут

- Вы можете воспользоваться формулами для вычисления поверхностей и объемов тел вращения

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение любых трех заданий
- оценка «4» ставится выполнение любых четырех заданий
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы

Формулы:

Цилиндр: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2RH$; $S_{б.п.} = 2\pi RH$; $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R)$;
$V = \pi R^2 H$;
Конус: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = RH$; $S_{б.п.} = \pi RL$; $S_{п.п.} = \pi R(R + L)$;
$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$;
Усечённый конус: $S_{н.осн.} = \pi r^2$; $S_{в.осн.} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H$;
$S_{б.п.} = \pi(r + R)L$; $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$; $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$;
Шар. Сфера. $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

Вариант 1

Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 10 см и одной из сторон 6 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 15 см, а радиус 4,5 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
3. Длина образующей конуса 12 см составляет с основанием угол 45^0. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
4. Высота усечённого конуса 12см, а радиусы оснований 18 см и 13см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.
5. 64 одинаковых металлических шарика радиусом 6 см каждый сплавили в один. Найдите радиус получившегося шара.

Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

Вариант 2

Формулы:

Цилиндр: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2RH$; $S_{б.п.} = 2\pi RH$; $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R)$;
$V = \pi R^2 H$;
Конус: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = RH$; $S_{б.п.} = \pi RL$; $S_{п.п.} = \pi R(R + L)$;
$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$;
Усечённый конус: $S_{н.осн.} = \pi r^2$; $S_{в.осн.} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H$;
$S_{б.п.} = \pi(r + R)L$; $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$; $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$;
Шар. Сфера. $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 20 см и одной из сторон 12 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 25 см, а высота 24 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
3. Длина образующей конуса 8 см, а угол при вершине осевого сечения - прямой. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
4. Высота усечённого конуса 12см, а радиусы оснований 11 см и 6 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.
5. Сколько металлических шариков радиусом 2 см каждый можно отлить, расплавив один шарик радиусом 4 см?

Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

Вариант 3

Формулы:

Цилиндр: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2RH$; $S_{б.п.} = 2\pi RH$; $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R)$;

$V = \pi R^2 H$;

Конус: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = RH$; $S_{б.п.} = \pi RL$; $S_{п.п.} = \pi R(R + L)$;

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$;

Усечённый конус: $S_{н.осн.} = \pi r^2$; $S_{в.осн.} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H$;

$S_{б.п.} = \pi(r + R)L$; $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$; $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

Шар. Сфера. $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 13 см и одной из сторон 5 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 20 см, а высота 16 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
3. Длина образующей конуса 10 см, а угол при вершине осевого сечения - 60^0. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
4. Высота усечённого конуса 15 см, а радиусы оснований 20 см и 12 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.
5. Сколько металлических шариков радиусом 2 см каждый можно отлить, расплавив один шарик радиусом 6 см?

Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

Вариант 4

Формулы:

Цилиндр: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2RH$; $S_{б.п.} = 2\pi RH$; $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R)$;

$V = \pi R^2 H$;

Конус: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = RH$; $S_{б.п.} = \pi RL$; $S_{п.п.} = \pi R(R + L)$;

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$;

Усечённый конус: $S_{н.осн.} = \pi r^2$; $S_{в.осн.} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H$;

$S_{б.п.} = \pi(r + R)L$; $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$; $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

Шар. Сфера. $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 17 см и одной из сторон 15 см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра 15 см, а высота 9 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
3. Образующая конуса длиной 6 см составляет с основанием угол 30^0. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
4. Высота усечённого конуса 8 см, а радиусы оснований 13 см и 7 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.
5. 8 одинаковых металлических шарика радиусом 10 см каждый сплавили в один. Найдите радиус получившегося шара.

Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

Вариант 5

Формулы:

Цилиндр: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2RH$; $S_{б.п.} = 2\pi RH$; $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R)$;

$V = \pi R^2 H$;

Конус: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = RH$; $S_{б.п.} = \pi RL$; $S_{п.п.} = \pi R(R + L)$;

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$;

Усечённый конус: $S_{н.осн.} = \pi r^2$; $S_{в.осн.} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H$;

$S_{б.п.} = \pi(r + R)L$; $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$; $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

Шар. Сфера. $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

Задачи:

1. Прямоугольник с диагональю 5 см и одной из сторон 3 см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.

2. Диагональ осевого сечения цилиндра 17 см, а радиус 4 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.

3. Образующая конуса длиной 4 см составляет с основанием угол 60^0. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.

4. Высота усечённого конуса 9 см, а радиусы оснований 15 см и 3 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём усечённого конуса.

5. 216 одинаковых металлических шарика радиусом 7 см каждый сплавили в один. Найдите радиус получившегося шара.

Контрольная работа по теме: «Тела вращения».

Вариант 6

Формулы:

Цилиндр: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2RH$; $S_{б.п.} = 2\pi RH$; $S_{п.п.} = 2\pi R(H + R)$;
$V = \pi R^2 H$;

Конус: $S_{осн} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = RH$; $S_{б.п.} = \pi RL$; $S_{п.п.} = \pi R(R + L)$;
$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$;

Усечённый конус: $S_{н.осн.} = \pi r^2$; $S_{в.осн.} = \pi R^2$; $S_{ос.сеч.} = 2(r + R)H$;
$S_{б.п.} = \pi(r + R)L$; $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(r + R)L$; $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

Шар. Сфера. $S = 4\pi R^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

Задачи:

1. Прямоугольник с площадью 8 $см^2$, одна сторона которого на 2 см больше другой, вращается вокруг большей стороны. Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.

2. Высота цилиндра на 10 см больше радиуса основания, полная поверхность цилиндра 144 $см^2$. Найдите радиус основания и высоту.

3. Треугольник со сторонами 10, 17 и 21 см вращается вокруг большей стороны. Определите объём и площадь полной поверхности полученного тела вращения.

4. Равнобедренная трапеция с параллельными сторонами 7 и 17 см вращается вокруг средней высоты. Площадь трапеции 144 $см^2$. Определите объём тела вращения.

5. Сколько металлических шариков радиусом 3 см можно отлить, расплавив шар радиусом 9 см?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 65

Тема: Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки. Понятие определённого интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона—Лейбница

Цель

- ознакомиться с понятием интеграла и его вычислением по формуле Ньютона-Лейбница

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом. В тетрадь для практических работ выписать формулы и решенные примеры

Задание 1 .Выполнить задания по вычислению интегралов

Основные теоретические сведения:

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на замкнутом интервале [a,]. ***Определенный интеграл*** от функции $f(x)$ в пределах от a до b вводится как предел суммы бесконечно большого числа слагаемых, каждое из которых стремится к нулю:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \max\Delta_i x\to 0}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta_i x,$$

где

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta_i x = f(x_1)\Delta_1 x + f(x_2)\Delta_2 x + \ldots + f(x_k)\Delta_k x + \ldots + f(x_n)\Delta_n x.$$

Свойства определенного интеграла

Ниже предполагается, что $f(x)$ и $g(x)$ - непрерывные функции на замкнутом интервале [a, b].

1. $\int_a^b 1dx = b - a$
2. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$, где k - константа;
3. $\int_a^b (f(x)+g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$
4. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, где $a < c < b$;
5. Если $0 \le f(x) \le g(x)$ для всех $x \in [a,b]$, то $0 \le \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$.
6. $\int_a^a f(x)dx = 0$
7. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
8. Если $f(x) \ge 0$ в интервале [a, b], то $\int_a^b f(x)dx \ge 0$.

Основные формулы интегрирования.

1. $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C;\ \alpha \ne -1$
2. $\int \sin x dx = -\cos x + C$
3. $\int \cos x dx = \sin x + C$
4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$
5. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$

Формула Ньютона-Лейбница

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на замкнутом интервале [a, b]. Если $F(x)$ - *первообразная* функции $f(x)$ на[a, b], то

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Пример 1

Вычислить интеграл $\int_0^2 (x^3 - x^2)dx$.

Решение.

Применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем

$$\int_0^2 (x^3 - x^2)dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2 = \left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3}\right) - 0 = \frac{4}{3}.$$

Пример 2

Вычислить интеграл $\int_0^1 \left(\sqrt[3]{t} - \sqrt{t}\right)dt$.

$$\int_0^1 \left(\sqrt[3]{t} - \sqrt{t}\right)dt = \int_0^1 \left(t^{1/3} - t^{1/2}\right)dt = \left(\frac{t^{1/3+1}}{1/3+1} - \frac{t^{1/2+1}}{1/2+1}\right)\Bigg|_0^1 = \left(\frac{3t^{4/3}}{4} - \frac{2t^{3/2}}{3}\right)\Bigg|_0^1 = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) - 0 = \frac{1}{12}.$$

Решение.

Примеры для самостоятельного решения:

1.$\int_{-1}^{2}(2x-5)dx$

2. $\int_{-2}^{1}(3x^2-4x+1)dx$

3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(2\cos x-\sin x)dx$

4. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{3dx}{\cos^2 x}$

5. $\int_0^4 \sqrt{2x+1}\,dx$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 66

Тема: Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница

Цель:

- изучить геометрический смысл определенного интеграла
- научиться применять формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 183-185

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 186-187 № 359, № 362, № 363

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 67

Тема: Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Цель

- рассмотреть применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

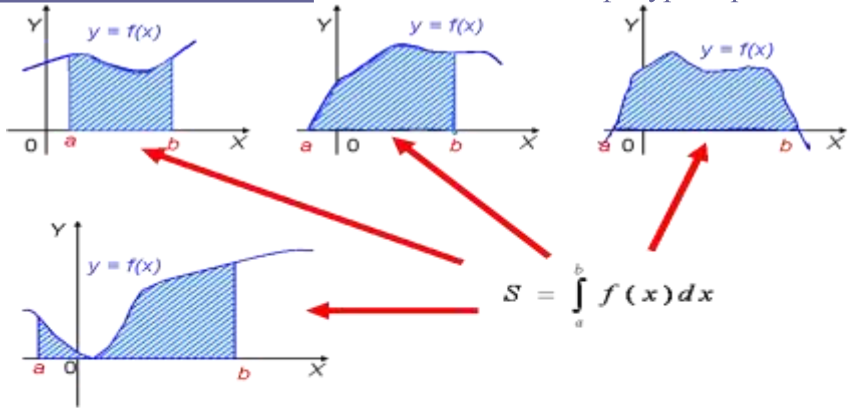
Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом. В тетрадь для практических работ выписать формулы и решенные примеры

Задание 2 .Выполнить задания по вычислению площадей плоских фигур

Основные теоретические сведения:

Криволинейной трапецией называется плоская фигура ограниченная линиями *x = a, x = b, y = 0, y*



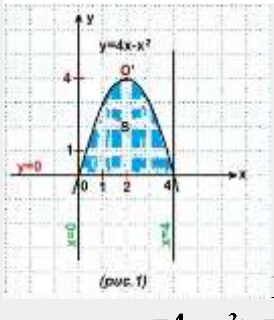
= f(x).

Примеры криволинейных трапеций

Примеры

Площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции **y=f (x)**, снизу — осью Ох, слева и справа прямыми **x=a**, **x=b**, находят по формуле Ньютона-Лейбница

$$S=\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a). \qquad \textbf{(ф. Н-Л)}$$



Пример 1. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями: **y=4x-x²;y=0; x=0; x=4.**

Решение. Строим графики данных линий. (*рис. 1*).

1) **y=4x-x²** — парабола (вида y=ax²+bx+c). Запишем данное уравнение в общем виде:**y=-x²+4x**. Ветви этой параболы направлены вниз, так как первый коэффициент a=-1<0.

Вершина параболы находится

в точке **O′(m; n)**, где

$$\mathbf{m} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2\cdot(-1)} = 2; \quad \mathbf{n = y(m)} = 4\cdot 2 - 2^2 = 4.$$

O′(2; 4). Нули функции (точки пересечения графика с осью Ох) найдем из уравнения:

4x-x²=0.

Выносим **x** за скобки, получаем: x(4-x)=0. Отсюда, **x=0** или **x=4**. Абсциссы точек найдены, ордината равна нулю — искомые точки: **(0; 0)** и **(4; 0)**.
2) **y=0** — это ось Ox; 3) **x=0** — это ось Oy; 4) **x=4** — прямая, параллельная оси Oy и отстоящая от нее на 4 единичных отрезка вправо.
Площадь построенной криволинейной трапеции находим по **(ф. Н-Л).** У нас **f (x)=4x-x²,a=0, b=4.**

$$S=\int_0^4(4x-x^2)dx=\left(4\cdot\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4=\left(2x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4=2\cdot4^2-\frac{4^3}{3}=$$

$$=32-\frac{64}{3}=32-21\frac{1}{3}=10\frac{2}{3}\text{(кв. ед.)}$$

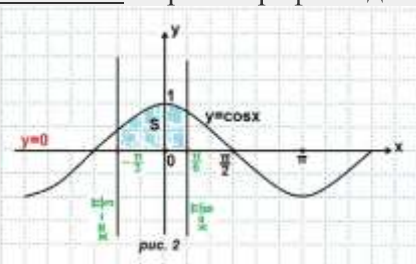
Ответ: $S=10\frac{2}{3}$ (кв. ед.)

Кстати, если Вы подсчитаете все целые заштрихованные клетки и добавите к ним половину всех остальных клеток заштрихованной фигуры, то получите приближенное значение искомой площади. Действительно, если единичный отрезок равен одной клетке, то площадь квадратика со стороной, равной 1 клетке, равна 1·1=1 (кв. ед.). Сколько квадратиков — столько квадратных единиц и составляет площадь фигуры.

Пример 2. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

$$y=\cos x;\ y=0;\ x=-\frac{\pi}{3};\ x=\frac{\pi}{6}.$$

<u>Решение.</u> Строим графики данных линий. (***рис. 2***).



Площадь данной криволинейной трапеции:

$$S=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\cos x\,dx=\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\text{(кв. ед.)}$$

Ответ: $S=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (кв. ед.)

Примеры для самостоятельного решения:
Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями (предварительно сделав рисунок):

1) $y=-2x,\ y=0$ и $x=3$; 2) $y=4x-x^2,\ y=0$ и $x=5$; 3) $y=1-x$ и $y=3-2x-x^2$; 4) $y=\frac{6}{x}$ и $y+x=7$; 5) $y=x^2-4x+6,\ y=2$ и $x=4$; 6) $y=x^2,\ y=\frac{1}{x^2},\ y=0,\ x=2,\ x\geqslant0$; 7) $y=-e^x,\ x=0,\ x=\ln 0{,}5,\ y=0$; 8) $y=\sin x,\ y=2\sin x,\ x=\frac{5\pi}{4},\ x=0$; 9) $y=\sqrt{x},\ y=|x-2|$; 10) $y=x^2$, при $x\geqslant0,\ y=1,\ y=4,\ x=0$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 68

Тема: Контрольная работа по теме «Первообразная функции. Правила нахождения первообразных. Ее применение»

Цель

- рассмотреть применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Выполнить задания по вычислению первообразной и её применение для вычисления площадей плоских фигур

Задание 1. Найдите все первообразные для функции f(x)

а) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

б) $f(x) = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{\cos^2 x}$

в) $f(x) = (4 - 3x)^7$

Задание 2. Найдите первообразную для заданной функции f(x), график которой проходит через точку M:

а) $f(x) = 6x - 7$; M(-2; 11)

б) $f(x) = 2\sin x$; M(0; 2)

в) $f(x) = \frac{1}{x^2}$; M(3; 1)

Задание 3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 + 3x$ и $y = 0$

б) $y = 6x - x^2$ и $y = x + 4$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 69

Тема: Свойства корня n-ой степени

Цели:

- изучить определение и свойства корней n-ой степени

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф. Образования. Стр. 34-37

Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.25

Решить 2.3 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 70

Тема: Преобразование иррациональных выражений

Цели:

- научиться преобразовывать иррациональные выражения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф. Образования. Стр. 44-47

Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.25

Решить 3.3 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 71

Тема: *Решение иррациональных уравнений.*

Цели:

- научиться решать иррациональные уравнения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 206-208

Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.30

Решить 2.7 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 72

Тема: *Решение иррациональных уравнений.*

Цели:

- научиться решать иррациональные уравнения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение   80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение   70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание ***Решить иррациональные уравнения:***

1. $\sqrt{x+2} = x$
2. $\sqrt{3x+7} = 1 - x$
3. $\sqrt{4x-3} = 6 - x$
4. $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$
5. $\sqrt{2x-1} - x + 2 = 0$
6. $2\sqrt{x} = x - 3$
7. $1 + \sqrt{4x+5} = 2x + 2$
8. $\sqrt{2x^2-8x+9} = 2x - 5$
9. $\sqrt{x^2+3x-3} = 2x - 3$

10. $\sqrt{x^2+5x+1} + 1 - 2x = 0$
11. $\sqrt{2x^2-3x+1} - \sqrt{x^2-3x+2} = 0$
12. $\sqrt{3x^2-2x+1} = \sqrt{2x^2-6x+13}$
13. $\sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-4}$
14. $\sqrt{1-2x} - 3 = \sqrt{16+x}$
15. $\sqrt{x+5} + 1 = \sqrt{36-x}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 73

Тема: Контрольная работа по теме «Определение степенной функции. Использование ее свойств при решении уравнений и неравенств»

Цели:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий   работы
оценка «4» ставится за верное выполнение   80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение   70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Вариант № 1.

1. Найти область определения функции: а) $y = \sqrt{2x - x^2}$; б) $y = \frac{9}{(x+5)^3}$.
2. Построить график функции $y = (x+1)^{\frac{1}{2}}$. Найти ее область определения и множество значений.
3. Найти функцию, обратную к данной, ее область определения и множество значений: а) $y = \sqrt[3]{x-3}$; б) $y = 3x - 5$.
4. Решить уравнение: а) $\sqrt{5-4x} = 3{,}2$; б) $\sqrt{4x^2-3x-1} = x + 1$.

5*. Решить неравенство: $\sqrt{x^2-2x-1} \geq 2x - 3$.

Вариант № 2.

1. Найти область определения функции: а) $y = \sqrt{5x-2x^2}$; б) $y = -\frac{4}{(x-1)^3}$.
2. Построить график функции $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$. Найти ее область определения и множество значений.
3. Найти функцию, обратную к данной, ее область определения и множество значений: а) $y = \sqrt[4]{x+2}$; б) $y = 2x + 4$.
4. Решить уравнение: а) $\sqrt{2x-3} = 1{,}6$; б) $\sqrt{3x^2+5x+8} = 2x + 3$.

5*. Решить неравенство: $\sqrt{2x^2+x} < 2x + 1$.

Вариант № 3.

1. Найти область определения функции: а) $y = \sqrt{3x-x^2}$; б) $y = \frac{5}{(x+2)^2}$.
2. Построить график функции $y = (x-1)^{\frac{1}{2}}$. Найти ее область определения и множество значений.
3. Найти функцию, обратную к данной, ее область определения и множество значений: а) $y = \sqrt[4]{x-5}$; б) $y = 5 - 3x$.
4. Решить уравнение: а) $\sqrt{5-4x} = 1{,}2$; б) $\sqrt{x^2-3x-4} = x - 2$.

5*. Решить неравенство: $\sqrt{2x^2-3x-5} \le x - 1$.

Вариант №4.

1. Найти область определения функции: а) $y = \sqrt{2x-5x^2}$; б) $y = -\frac{7}{(x-3)^3}$.
2. Построить график функции $y = (x+1)^{\frac{1}{3}}$. Найти ее область определения и множество значений.
3. Найти функцию, обратную к данной, ее область определения и множество значений: а) $y = \sqrt[4]{x+3}$; б) $y = 4 - 2x$.
4. Решить уравнение: а) $\sqrt{2x-4} = 3{,}4$; б) $\sqrt{x^2+3x-4} = x + 2$.

5*. Решить неравенство: $\sqrt{x^2-x-2} > x - 1$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 74

Тема: ***Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей***

Цели:

- научиться решать простейшие показательные уравнения методом уравнивания показателей

Оснащение занятия: учебники.

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Основные теоретические сведения:

Степени чисел от 0 до 10

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8^n	1	8	64	512	4096	32768					
9^n	1	9	81	729	6561	59049					
10^n	1	10	100	1000	10000						

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 3. $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$ 4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ 5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 7. $a^0 = 1$ 8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$ 4. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ 5. $\sqrt[n\cdot k]{a^{n\cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $\sqrt[n]{a^n} = a$ 7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Уравнения вида $a^{f(x)} = b$, где $a>0$, $a \neq 1$ называются простейшими показательными уравнениями.
Если $b \leq 0$, то уравнение решений не имеет.
Если $b>0$, то существует такое число c, что $b = a^c$. Тогда $a^{f(x)} = a^c$ (в силу монотонности функции $y=a^t$) равносильно уравнению $f(x) = c$.

Примеры для самостоятельного решения

1 вариант

а) $3^{x-4} = 1$

б) $2^{7-3x} = 0.5^{x-4}$

в) $\frac{1}{8} * \sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1.25}$

г) $3^{|x|+2} = 27$

2 вариант

а) $0.8^{2x-3} = 1$

б) $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4.5^{x-2}$

в) $10^{2x} = 0.1 * \sqrt{1000}$

г) $2^{|x|-1} = 8$

Решение уравнений методом уравнивания показателей

Решение уравнений вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Указания Разделив обе части уравнения на $b^{f(x)} \neq 0$,

получим $\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$, где $a> 0$, $b>0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$. $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$ **,** отсюда $f(x) = 0$

Примеры для самостоятельного решения

1 вариант

а) $3^{2x-5} = 2^{x-2.5}$

б) $6^{2x+1} = 3^{3x+1} \cdot 2^{x+1}$

в) $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$

2 вариант

а) $14^{x-2} = 13^{2-x}$

б) $2^{x+3} = 3^{x+1} + 3^{x+2}$

в) $2^{3x+7} + 5^{3x+4} + 2^{3x+5} - 5^{3x+5} = 0$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 75

Тема: *Решение показательных уравнений методом введения новой переменной*

Цели:

- научиться решать простейшие показательные уравнения методом введения новой переменной

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Метод введения новой переменной.

Цель: закрепить решение показательных уравнений, методом введения новой переменной и сведения к квадратному.

Основные теоретические сведения:

1. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)} + p = 0$ решается подстановкой $y = a^{f(x)}$, $y > 0$, при котором получается квадратное уравнение. Метод сведения к квадратному уравнению состоит в том, что нужно преобразовать уравнения к такому виду, чтобы некоторую показательную функцию обозначить новой переменной, получив при этом квадратное уравнение относительно этой переменной.

2. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)}b^{f(x)} + qb^{2f(x)} = 0$, где $m \neq 0$, $n \neq 0$ решается делением обеих частей уравнения на $a^{2f(x)} \neq 0$ или $b^{2f(x)} \neq 0$. Далее выполняется подстановка$(b/a)^{f(x)} = t$, где $t > 0$, и решается квадратное уравнение.

Примеры для самостоятельного решения

1 вариант

а) $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$

б) $4^x + 9^x = 2 \cdot 6^x$

в) $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$

2 вариант

а) $4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$

б) $25^{x+1} + 4^{x+1} = 20 \cdot 10^x$

в) $5 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 15^x - 3 \cdot 5^{2x} = 0$

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 76

Тема: Решение показательных уравнений функционально-графическим методом

Цели:

- научиться решать показательные уравнения функционально-графическим методом

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 221-222

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 222 № 460-463, № 475

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 77

Тема: Решение показательных неравенств

Цели:

- научиться решать показательные неравенств

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 221-222

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 223 № 467, № 472, № 473 № 474

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 78

Тема: Контрольная работа по теме «Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей и методом введения новой переменной. Решение показательных неравенств»

Цели:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Вариант 1

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 90 минут
Вы можете пользоваться свойствами показательной функции таблицей степеней некоторых чисел.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы
оценка «4» ставится за выполнение любых двенадцати уравнений и трех неравенств

оценка «3» ставится за выполнение задания любых десяти уравнений и двух неравенств

<u>Свойства показательной функции.</u>

1. $a^m a^n = a^{m+n}$ 6. $a^0 = 1$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$ 8. $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

4. $a^n b^n = (ab)^n$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5. $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$ 10. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Задания. Решить показательные уравнения:

1). $5^x = 125$ 2). $(\frac{1}{2})^x = 4$

3). $(\frac{1}{36})^x = 6$ 4). $9^x = 27$

5). $\sqrt{5^x} = 25$ 6). $1{,}3^{x^2-x} = 1$

7). $2 \cdot 8^x = 16$ 8). $7^{4x+3} = 49^{2-x} \cdot 343$

9). $2^{x^2-7x+10} = 1$ 10). $11^x = \sqrt[5]{121}$

11). $2^{x^2-6x-2,5} = 16\sqrt{2}$ 12). $4^x + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$

13). $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$ 14) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$

Задания. **Решить систему уравнений:**

$$3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9}$$

$$y - x = 2$$

Задания. Решить неравенства:

1). $\frac{x^2 - 14x + 48}{x+7} > 0$ 2). $0{,}6^x > 2\frac{7}{9}$

3). $0{,}7^{3x+1} < (1\frac{3}{7})^{x-11}$ 4). $3^{x^2} \geq 9^8$

Вариант 2

<u>Свойства показательной функции.</u>

1. $a^m a^n = a^{m+n}$ 6. $a^0 = 1$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$ 8. $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

4. $a^n b^n = (ab)^n$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5. $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$ 10. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Задания. Решить показательные уравнения:

1). $10^x = 1000$ 2). $27^x = 81$

3). $(\frac{1}{3})^x = 9$ 4). $(\frac{1}{36})^x = 6$

5). $\sqrt{3^x} = \frac{1}{27}$ 6). $1{,}9^{x^2+5x} = 1$

7). $3^x \cdot 27 = 9$ 8). $8^{3x+7} \cdot 64 = 4^{5-x}$

9). $5^{x^2+x-20} = 1$ 10). $7^x = \sqrt[7]{49}$

11). $0{,}5^{x^2+x-2.5} = \sqrt{2}$ 12). $0{,}25^x + 0{,}5^x = 6$

13). $10^x + 10^{x-1} = 0{,}11$ 14) $2 \cdot 25^x - 5 \cdot 10^x + 2 \cdot 4^x = 0$

Задание. **Решить систему уравнений:**

$2^y = 200 \cdot 5^x$

$x + y = 1$

Задания. Решить неравенства:

1). $\frac{(x-2)(x-9)}{4x-5} \geq 0$ 2). $0{,}4^x < 6\frac{1}{4}$

3). $25^{2x-3} < 5^{3x-9}$ 4). $(\frac{3}{4})^{6x+10-x^2} \leq \frac{27}{64}$

Вариант 3

<u>Свойства показательной функции.</u>

1. $a^m a^n = a^{m+n}$ 6. $a^0 = 1$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$ 8. $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

4. $a^n b^n = (ab)^n$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5. $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$ 10. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Задания. Решить показательные уравнения:

1). $3^x = 81$ 2). $(\frac{1}{5})^x = 125$

3). $(\frac{1}{25})^x = 5$ 4). $8^x = 128$

5). $\sqrt{10^x} = 100$ 6). $4{,}9^{x^2-36} = 1$

7). $4^x \cdot 2 = 128$ 8). $7^{5x-3} \cdot 343 = 49^{7x+1}$

9). $10^{x^2+3x-4} = 1$ 10). $9^x = \sqrt[5]{81}$

11). $17^{x^2-5x+8{,}5} = 289\sqrt{17}$ 12). $49^x - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$

13). $3^x - 3^{x-2} = 8$ 14) $8^x + 18^x = 2 \cdot 27^x$

Задание. Решить систему уравнений:

$7^{x+1} \cdot 2^y = 4$

$y - x = 3$

Задания. Решить неравенства:

1). $\frac{x(4x-11)}{x-7} < 0$ 2). $0{,}9^x \geq 1\frac{19}{81}$

3). $1{,}6^{x+1} > (\frac{5}{8})^{2x-3}$ 4). $9^{0{,}5x^2-3} \leq 27$

Вариант 4

<u>Свойства показательной функции.</u>

1. $a^m a^n = a^{m+n}$ 6. $a^0 = 1$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$ 8. $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

4. $a^n b^n = (ab)^n$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5. $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$ 10. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Задания. Решить показательные уравнения:

1). $7^x = 49$ 2). $(\frac{1}{7})^{2x} = 343$

3). $\sqrt{7^x} = \frac{1}{49}$ 4). $25^x = 5$

5). $(\frac{1}{36})^x = 216$ 6). $1{,}49^{x^2-100} = 1$

7). $3 \cdot 9^x = 81$ 8). $6^{3x-1} = 36^{1-2x} \cdot 216$

9). $3^{x^2+x-12} = 1$ 10). $10^x = \sqrt[3]{100}$

11). $3^{x^2-6x-2,5} = 81\sqrt{3}$ 12). $4^x - 3 \cdot 2^x - 40 = 0$

13). $5^{x+2} - 100 \cdot 5^{x-1} = 5$ 14) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

Задание. Решить систему уравнений:

$$(\frac{1}{3})^x \cdot 5^y = 75$$

$$x + y = 1$$

Задания. Решить неравенства:

1). $\frac{9x^2-1}{x-6} > 0$ 2). $0{,}3^x > 11\frac{1}{9}$

3). $(\frac{1}{12})^{2-x} < 12^{5+2x}$ 4). $3^{x^2-3x} \geq \frac{1}{9}$

Вариант 5

Свойства показательной функции.

1. $a^m a^n = a^{m+n}$ 6. $a^0 = 1$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$ 8. $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

4. $a^n b^n = (ab)^n$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5. $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$ 10. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Задания. Решить показательные уравнения:

1). $8^x = 64$ 2). $(\frac{1}{10})^{2x} = 1000$

3). $(\frac{1}{125})^x = 5$ 4). $27^x = 81$

5). $\sqrt{2^x} = 64$ 6). $1{,}4^{x^2+6x} = 1$

7). $4 \cdot 16^x = 64$ 8). $8^{5x-3} = 64^{2-x} \cdot 512$

9). $5^{x^2+x-2} = 1$ 10). $12^x = \sqrt[3]{144}$

11). $(\frac{1}{2})^{2x^2+3x-1} = 4^{x-3}$ 12). $2^x - 2^{x-2} = 3$

13). $9^x - 30 \cdot 3^x + 81 = 0$ 14) $3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0$

Задание. Решить систему уравнений:

$$5^{x-1} \cdot 7^y = \frac{1}{7}$$

$$y - x = -2$$

Задания. Решить неравенства:

1). $\frac{x^2-19x+84}{2(x-5)}>0$ 2). $0{,}8^x<1\frac{9}{16}$

3). $0{,}2^{3x+4}<5^{2-6x}$ 4). $3^{x^2-x-3}\ge 27$

Вариант 6

1. $a^m a^n = a^{m+n}$ 6. $a^0 = 1$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 7. $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$ 8. $(\frac{a}{b})^{-n}=(\frac{b}{a})^n$

4. $a^n b^n = (ab)^n$ 9. $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

5. $\frac{a^n}{b^n}=(\frac{a}{b})^n$ 10. $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$

Задания. Решить показательные уравнения:

1). $25^x=\frac{1}{5}$ 2). $8^x = 32$

3). $(\frac{1}{4})^x = 64$ 4). $25^x=\sqrt{5}$

5). $\sqrt{3^x} = 81$ 6). $9{,}2^{x^2+20x}=1$

7). $5\cdot 25^x = 625$ 8). $3^{3x-1}\cdot 27^{x+2}=9^{1-x}$

9). $9^{x^2-x-6}=1$ 10). $13^x=\sqrt[7]{169}$

11). $7^{x^2-8x+9,5}=49\sqrt{7}$ 12). $9^x - 2\cdot 3^x - 63 = 0$

13). $3^x+4\cdot 3^{x+1} = 13$ 14). $9^x + 4^x = 2{,}5\cdot 6^x$

Задание. Решить систему уравнений:

$$(\frac{1}{7})^x\cdot 3^y = 63$$

$$x + y = 1$$

Задания. Решить неравенства:

1). $\frac{7x+x^2}{12x-1}<0$ 2). $0{,}7^x<2\frac{2}{49}$

3). $7^{2x-3}<(\frac{1}{7})^{3x-17}$ 4). $4^{0,5x^2-3}\ge 8$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 79

Тема: Свойства логарифмов

Цели:

- научиться вычислять логарифмы по произвольному основанию

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

Задание 2. Записать все предложенные задания и решить предложенные задания.

Основные теоретические сведения:
Приведём примеры для понимания самого смысла логарифма:

$\log_3 9 = 2$, так как $3^2 = 9$

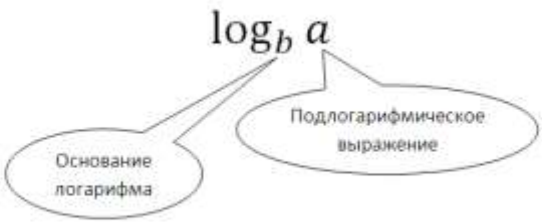
$\log_5 25 = 2$, так как $5^2 = 25$

$\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$

Определение: *логарифмом числа a по основанию b называется показатель степени, в который нужно возвести b, чтобы получить a.*

$\log_b a = x \qquad b^x = a$

при чём $a > 0, \quad b > 0, \quad b \neq 1$



Основное логарифмическое тождество:

$$\boxed{b^{\log_b a} = a}$$

Свойства логарифмов, которые необходимо всегда помнить:

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_x (ab) = \log_x a + \log_x b$$

*Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

*Логарифм частного (дроби) равен разности логарифмов сомножителей.

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

*Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

*Переход к новому основанию
Ещё свойства:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Рассмотрим примеры на вычисление логарифмических выражений:
Пример 1.
Найдите значение выражения:

$$36^{\log_6 5}$$

$$36^{\log_6 5} = (6 \cdot 6)^{\log_6 5} = 6^{\log_6 5} \cdot 6^{\log_6 5} = 5 \cdot 5 = 25$$

Ответ: 25
Пример 2. Найдите значение выражения $\log_4 8$.

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 8 = \frac{1}{2} \cdot \log_2 8 = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1{,}5$$

Ответ: 1,5

Пример 3. Найдите значение выражения $\log_5 0{,}2 + \log_{0{,}5} 4$

$$\log_5 0{,}2 + \log_{0{,}5} 4 = \log_5 \frac{1}{5} + \log_{2^{-1}} 4 = \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 4 =$$

$$\log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 4 = -1 \cdot \log_5 5 + \frac{1}{-1} \cdot \log_2 4 =$$

$$-\log_5 5 - \log_2 4 = -1 - 2 = -3$$

Ответ: –3

Пример 4. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$$

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2$$

Ответ: 2

Пример 5. Найдите значение выражения:

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7}$$

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \cdot \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_7 7 = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = 2$$

Ответ: 2

Пример 6. Найдите значение выражения $\log_{0{,}8} 3 \cdot \log_3 1{,}25$

$$\log_{0{,}8} 3 \cdot \log_3 1{,}25 = \frac{1}{\log_3 0{,}8} \cdot \log_3 1{,}25 = \frac{\log_3 1{,}25}{\log_3 0{,}8} =$$

$$= \log_{0{,}8} 1{,}25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = \log_{\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}} \frac{5}{4} = \frac{1}{-1} \cdot \log_{\frac{5}{4}} \frac{5}{4} = -1 \cdot 1 = -1$$

Ответ: -1

Пример 7. Найдите значение выражения:

$$5^{\log_{25} 49}$$

$$5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{25} 7^2} = 5^{\,2 \cdot \log_{25} 7} = (5^2)^{\log_{25} 7} =$$

$$= 25^{\log_{25} 7} = 7$$

Ответ: 7

Пример 8. Найдите значение выражения:

$$8^{2 \cdot \log_8 3}$$

$$8^{2 \cdot \log_8 3} = \left(8^{\log_8 3}\right)^2 = 3^2 = 9$$

Ответ: 9

Пример 9. Найдите значение выражения:

$$64^{\log_8 \sqrt{3}}$$

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8 \cdot 8)^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{\log_8 \sqrt{3}} \cdot 8^{\log_8 \sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

Ответ: 3

Пример 10. Найдите значение выражения:

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}}$$

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12$$

Ответ: 12

Пример 11. Найдите значение выражения:

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$$

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13} = \log_{13^{-1}} 13^{0,5} = \frac{1}{-1} \cdot \log_{13} 13^{0,5} = -1 \cdot 0{,}5 = -0{,}5$$

Ответ: – 0,5

Пример 12. Найдите значение выражения $\log_3 8{,}1 + \log_3 10$.

$\log_3 8{,}1 + \log_3 10 = \log_3(8{,}1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$

Ответ: 4

Пример 13. Найдите значение выражения:

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$$

$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = \log_{13} 13^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Ответ: 0,5

Пример 14. Вычислите значение выражения:

$$\left(3^{\log_2 3}\right)^{\log_3 2}$$

$\left(3^{\log_2 3}\right)^{\log_3 2} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_2 3} = 2^{\log_2 3} = 3$

Ответ: 3

Примеры для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Вычислить:

   1.1. $5{,}1^{\log_{5{,}1} 9}$; 1.2. $7^{\log_7 16}$; 1.3. $12^{1+\log_{12} 4}$; 1.4. $\log_2 \frac{1}{32}$;

2. Вычислить:

   2.1. $2^{2+\log_2 5}$; 3.3. $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$.

3. Вычислить:

   3.1. $\log_5 50 - \log_5 2$;

   3.2. $\log_2 8^7$;

Вариант 2

1. Вычислить:

   1.1. $6{,}3^{\log_{6{,}3} 7}$; 1.2. $5^{\log_5 13}$; 1.3. $7^{2+\log_7 4}$; 1.4. $\log_3 \frac{1}{27}$;

   1.6. $5^{\log_5 0{,}2}$.

2. Вычислить:

   2.1. $3^{1+\log_3 8}$; 3.2. $5^{2\log_5 3}$; 3.3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$;

3. Вычислить:

   3.1. $\log_4 192 - \log_4 3$;

   3.2. $\log_3 9^{10}$;

$\log_4 192 - \log_4 3$;

наний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 80

Тема: Решение логарифмических уравнений.

Цели:

- научиться решать логарифмические уравнения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Записать рассмотренные примеры в тетрадь для практических занятий

Задание 2. Решить предложенные задания.

Пример 1

Найдите корень уравнения: $\log_3(4–x) = 4$

Используем основное логарифмическое тождество.

Так как $\log_a b = x$ $b^x = a$, то

$3^4 = 4 – x$

$x = 4 – 81$

$x = – 77$

Проверка:

$\log_3(4–(–77)) = 4$

$\log_3 81 = 4$

$3^4 = 81$ Верно.

Ответ: – 77

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения: $\log_2 (4 – x) = 7$

Пример 2

Найдите корень уравнения $\log_5 (4 + x) = 2$

Используем основное логарифмическое тождество.

Так как $\log_a b = x$ $b^x = a$, то

$5^2 = 4 + x$

$x =5^2 – 4$

$x = 21$

Проверка:

$\log_5(4 + 21) = 2$

$\log_5 25 = 2$

$5^2 = 25$ Верно.

Ответ: 21

Пример 3

Найдите корень уравнения $\log_3(14 – x) = \log_3 5$.

Имеет место следующее свойство, смысл его таков: если в левой и правой частях уравнения имеем логарифмы с одинаковым основанием, то можем приравнять выражения, стоящие под знаками логарифмов.

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$14 – x = 5$

$x = 9$

Сделайте проверку.

Ответ: 9

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения $\log_5(5 – x) = \log_5 3$.

Пример 4

Найдите корень уравнения: $\log_4(x + 3) = \log_4(4x – 15)$.

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$x + 3 = 4x – 15$

$3x = 18$

$x = 6$

Сделайте проверку.

Ответ: 6

Пример 5

Найдите корень уравнения $\log_{1/8}(13 – x) = – 2$.

$(1/8)^{–2} = 13 – x$

$8^2 = 13 – x$

$x = 13 – 64$

$x = -51$

Сделайте проверку.

Ответ: – 51

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения: $\log_{1/7}(7 - x) = -2$

Пример 6

Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 2\log_2 5$.

Преобразуем правую часть.воспользуемся свойством:

$\log_a b^m = m\cdot\log_a b$

$\log_2(4 - x) = \log_2 5^2$

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$4 - x = 5^2$

$4 - x = 25$

$x = -21$

Сделайте проверку.

Ответ: – 21

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения: $\log_5(5 - x) = 2\log_5 3$

Пример 7

Решите уравнение $\log_5(x^2 + 4x) = \log_5(x^2 + 11)$

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$x^2 + 4x = x^2 + 11$

$4x = 11$

$x = 2{,}75$

Сделайте проверку.

Ответ: 2,75

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения $\log_5(x^2 + x) = \log_5(x^2 + 10)$.

Пример 8

Решите уравнение $\log_2(2 - x) = \log_2(2 - 3x) + 1$.

Необходимо с правой стороны уравнения получить выражение вида:

$\log_2(......)$

Представляем 1 как логарифм с основанием 2:

$1 = \log_2 2$

Далее применяем свойство:

$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$

$\log_2(2 - x) = \log_2(2 - 3x) + \log_2 2$

Получаем:

$\log_2(2 - x) = \log_2 2(2 - 3x)$

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$, значит

$2 - x = 4 - 6x$

$5x = 2$

$x = 0{,}4$

Сделайте проверку.

Ответ: 0,4

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 81

Тема: ***Решение логарифмических неравенств***

Цели:

- научиться решать логарифмические неравенства

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 233-234

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 235 № 514, №517, №519, №520

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 82

Тема: Применение логарифма

Цель

- изучение областей науки, в которых применяется логарифм

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Подготовка презентаций и сообщений обучающимися на тему «Применение логарифма»

Контроль знаний обучающихся:

- оценка проделанной работы

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 83

Тема: Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства

Цель

- изучение логарифмической спирали и её свойств

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Подготовка презентаций и сообщений обучающимися на тему «Логарифмическая спираль в природе. Её свойства »

Контроль знаний обучающихся:

- оценка проделанной работы

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 84

Тема: Контрольная работа по теме «Логарифмическая функция. Решение простейших логарифмических уравнений»

Цели:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: контрольная работа

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант I.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 45 минут
Вы можете пользоваться свойствами логарифмической функции и таблицей степеней некоторых чисел.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы
оценка «4» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
оценка «3» ставится за выполнение задания любых пяти заданий контрольной работы

1. $\log_3 x = 4$
2. $\log_{x+10}(2x - 10) = 1$
3. $\log_5^2 x - 5\log_5 x + 6 = 0$
4. $7^{6-x} = 2$
5. $x^{\log_6 x} = \frac{x^2}{6}$
6. $\log_3(x^2 - 9) = 2 + \log_3(x - 1)$
7. $\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases}$

Контрольная работа

Вариант II.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 45 минут
Вы можете пользоваться свойствами логарифмической функции и таблицей степеней некоторых чисел.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы
оценка «4» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
оценка «3» ставится за выполнение задания любых пяти заданий контрольной работы

1. $\log_{\sqrt{3}} x = 4$
2. $\log_{x+2}(3x + 1) = 1$
3. $\lg^2 x + \lg x - 12 = 0$
4. $9^{2-x} = 4$
5. $x^{\lg x} = \frac{x^3}{100}$
6. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2) = -1 + \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$
7. $\begin{cases} \log_4 x - \log_4 y = 1 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$

Контрольная работа

Вариант III.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 45 минут
Вы можете пользоваться свойствами логарифмической функции и таблицей степеней некоторых чисел.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы
оценка «4» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
оценка «3» ставится за выполнение задания любых пяти заданий контрольной работы

1. $\log_{\frac{1}{3}} x$ = -2
2. $\log_{x+6}(2x-6)=1$
3. $\log_2{}^2 x + \log_2 x$ = 12
4. 3^{2-x} = 5
5. $x^{\log_3 x}=\frac{x^5}{81}$
6. $\log_5(x^2-25)=2+\log_5(x-1)$
7. $\begin{cases}\log_3 x+\log_3 y=2+\log_3 2\\ \log_3(x+y)=2\end{cases}$

Контрольная работа

Вариант IV.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 45 минут
Вы можете пользоваться свойствами логарифмической функции и таблицей степеней некоторых чисел.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы
оценка «4» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
оценка «3» ставится за выполнение задания любых пяти заданий контрольной работы

1. $\log_5 x$ = -2
2. $\log_{2x-6}(x+2)=1$
3. $\log_6{}^2 x + \log_6 x$ = 2
4. 5^{4-x} = 9
5. $x^{\log_2 x}=\frac{x^5}{16}$
6. $\log_{\frac{1}{10}}(x^2+20)=-1+\log_{\frac{1}{10}}(x+2)$
7. $\begin{cases}\log_3 x-\log_3 y=1\\ x-2y=9\end{cases}$

Контрольная работа

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.
Максимальное время выполнения задания: 45 минут
Вы можете пользоваться свойствами логарифмической функции и таблицей степеней некоторых чисел.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий контрольной работы
оценка «4» ставится за выполнение любых шести заданий контрольной работы
оценка «3» ставится за выполнение задания любых пяти заданий контрольной работы

1. $\log_{\sqrt{6}} x$ = 4
2. $\log_{x+6}(2x-1)=1$
3. $\lg^2 x + 2\lg x$ = 3
4. 6^{3-x} = 7
5. $x^{\lg x}=\frac{x^6}{100000}$
6. $\log_6(x^2-12)=1+\log_6(x-2)$
7. $\begin{cases}x+y=8\\ \log_{12} x+\log_{12} y=1\end{cases}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 85

Тема: Операции с множествами. Решение прикладных задач

Цель:

- рассмотреть основные операции с множествами и их применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания.

Понятие множества является первичным, то есть не выражается через другие понятия. Это фундаментальное неопределяемое понятие математики. Можно сказать, что множество – это любая определенная совокупность объектов. Объекты, из которых состоит множество, называютсяего элементами.

Обычно множество обозначают: A, B, C …, а его элементы: a, b, c …

Если объект x является элементом множества M, то говорят, что x принадлежит M и обозначают $x \in M$. В противном случае, говорят, что x не принадлежит M и обозначают $x \notin M$.

Множество, не содержащее элементов, называется пустым. Пустое множество обозначают $\varnothing$. Универсальным множеством называется множество U, которое содержит все всевозможные элементы.

Мощностью множества называется количество элементов в

нем.Перечислим способы задания множеств:

1. Перечислением элементов, если множество конечное, например {a, b, c }.
2. Заданием характеристического свойства, например {x| x-блондины}.

Пример. Задайте множество A={x | x – целое неотрицательное и x+2=5} другим способом.

Решение: корень уравнения x+2=5 равен 3. Это число целое неотрицательное, следовательно, является элементом данного множества.

Ответ: A={3};

Отношения между множествами

Равенство множеств A и B.

Множества A и B называют равными, если каждый элемент одного из них является элементомдругого и обозначаются A=B.

Включение множеств.

Говорят, что множество A включается в множество B, если каждый элемент множества A является элементом множества B и обозначают $A \subset B$. Множество A называют подмножеством множества B, а множество B называют надмножеством множества A.

Если A подмножество B и $A \neq B$, то A называют собственным подмножеством множества B.

Свойства:

$\varnothing$

$\subset$

A.

A
⊂
A.
Если A⊂B и B⊂C, то
A⊂C.
Если A⊂B и B⊂A, то
A=B.

Пример 1. Выясните, равны ли множества:

a) A={1, 2, 3}; B={2, 3, 1}.
b) A – множество всех равносторонних треугольников; B – множество всех равноугольныхтреугольников.
c) A={1, 5, 8}; B={2, 8}.
d) A={0, 1}; B={{0, 1}}.

Решение.

a) A={1, 2, 3}; B={2, 3, 1}. Множества состоят из одних и тех же элементов, следовательно,A=B.

b) A – множество всех равносторонних треугольников; B – множество всех равноугольныхтреугольников. Т.к. в равностороннем треугольнике все углы равны, то A=B.

c) A={1, 5, 8}; B={2, 8}. A□B, т.к. в этих множествах различное количество элементов.

d) A={0, 1}; B={{0, 1}}. A□B, так как первое – двухэлементное, а второе - одноэлементное.

e) Пример 2. Даны множества N, Z, R. Укажите, какие из них являются подмножествами. *Решение*: N□Z, где N-множество натуральных чисел, а Z- целых чисел.

Z□ R, где R- множество действительных чисел.

Операции над множествами

Объединением множеств A и B называется множество, которое состоит из тех и только тех элементов, которые содержатся хотя бы в одном их множеств A или B. Объединение множеств обозначают A□B.

Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из элементов, которые содержатся как во множестве A, так и во множестве B. Пересечение множеств обозначают A□B.

Разностью множеств A и B называют множество, состоящее из элементов, которые содержатся в множестве A и не содержатся в множестве B. Разность множеств A и B обозначают как A\B.

Симметрической разностью множеств A и B называют множество, состоящее из элементов, которые содержатся в одном из этих множеств и не содержатся в другом. Симметрическую разность обозначают A□B.

Из определения симметрической разности множеств следует, что AΔB=(A\B) □ (B\A) и AΔB=(A□B) \ (A□B).

Дополнением множества A называется универсальное множество, не включающее элементы исходного множества. Дополнение множества A обозначают Ā. По определению Ā=U\A.

Пример 1. Заданы два множества. Выполните над ними все известные

операции.A=□x| x□R и 1□x□3□, B=□x| x□R и 2□x□4□.

Решение: A□B=□x|x□R и

1□x□4□;A□B=□x|x□R и

2□x□3□; A\B=□x|x□R и

1□x<2□; AΔB=□x|x□R и

1□x<2 и 3<x□4□; Ā=□x|x□R

и x<1 и x>3□;

Пример 2. Пусть A – множество всех женщин, универсальное множество U – множество всех людей. Тогда Ā – это множество всех мужчин.

Основные свойства операций

Теорема: для любых множеств A, B, C выполняются следующие равенства:

1. A□A=A; A□A=A;
2. A□B=B□A; A□B=B□A;
3. A□(B□C)=(A□B)□C; A□(B□C)=(A□B)□C;
4. A□(B□C)=(A□B)□(A□C); A□(B□C)=(A□B)□(A□C);
5. A□(A□B)=A; A□(A□B)=A;
6. A□□=A; A□□=□;
7. A□U=U; A□U=A;
8. A□ $\overline{A}$ =U; A□ $\overline{A}$ =□;
9. $\overline{\overline{A}}$ =A;
10. $\overline{A \square B} = \overline{A} \square \overline{B}$; $\overline{A \square B} = \overline{A} \square \overline{B}$ – законы де Моргана.

Один из алгоритмов доказательства любого тождества A=B состоит в следующем:

1). Доказать, что $A \subseteq B$, то есть любой элемент из A принадлежит B.

2). Доказать, что $B \subseteq A$ то есть любой элемент из B принадлежит A.

Пример. Доказать, что $A \cap (A \cup B)=A$.

Решение: $A \cap (A \cup B)= (A \cap U) \cup (A \cap B)=A \cap (B \cup U)=A \cap U=A$.

Прямое произведение множеств

Прямым (декартовым) произведением двух множеств A и B называется совокупность всех упорядоченных пар, первый элемент которых принадлежит A, а второй принадлежит B. Обозначают $A \times B$.

Говоря об упорядоченной паре, имеют ввиду, что два объекта расположены в определенном порядке. Один из них считается первым, другой – вторым.

Декартово произведение множества само на себя (случай когда A=B) обозначают A^2. В общем случае, $A \times B \neq B \times A$. Но если A=B или одно из множеств пусто, то $A \times B=B \times A$.

Декартовым (прямым) произведением **множеств** A, B, C называется совокупность всех упорядоченных троек, первый элемент которых берется из A, второй из B, третий из C.

То есть $A \times B \times C=\{(a,b,c)|a \in A,\ b \in B,\ c \in C\}$. Можно определить декартово произведение любого числа множеств: $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n=\{(x_1,x_2,\ldots,x_n)|\ x_i \in A_i,\ i=1,2,\ldots,n\}$.

Рассмотрим множество действительных чисел R. Известно, что точка на плоскости может быть задана упорядоченной парой координат. Тогда декартово произведение $R \times R=R^2$ определяет плоскость координат. Если A и B подмножества множества R (т. е. $A \subseteq R$ и $B \subseteq R$), то $A \times B$ можно изобразить на плоскости.

Примеры.

1. Даны множества $A=\{1, 2\}$; $B=\{a, b\}$. Найдите $A \times B$, $B \times A$.

Решение: $A \times B=\{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b)\}$.

$B \times A=\{(a,1), (b,1), (a,2), (b,2)\}$.

2. Изобразить на плоскости декартово произведение множеств A и B.$A=\{x \in R|\ x \in [1,2]\}$; $B=\{y \in R|\ y \in [2,3]\}$.

Решение: $A \times B=\{(x,y) \in R^2|\ x \in A,\ y \in B\}$

3. Даны числовые множества:

$A=[0,1]$, $B=[0,1]$, $C=[0,1]$. Изобразите декартово произведение $A \times B \times C$.

Решение: $A \times B=\{(x,y,z) \in R^3 | x \in A, y \in B, z \in C\}$.

Любую тройку можно представить точкой пространства.

Задания практической работы

Задание 1. Сколько элементов в множестве $\{1,\{1\},2,\{1,\{2,3\}\},\varnothing\}$?

Задание 2. Перечислите элементы следующих множеств:

A={x | x∈Z и 10≤x≤17};

C={x | x∈Z и $6x^2$ +x-

1=0};B={x | x∈Z и x^2

<24}; D={x | x∈R и

6x2+x-1=0}.

Задание 3. Даны три множества A={0, 1}, B={{0,1}}, C={{{0,1}, 2}, 3}. Верно ли, что: A⊂B, B⊂C, но A⊄C?

Задание 4. Пусть A1 – множество четных натуральных чисел; A2 – множество, состоящее из числа 10 и всех нечетных натуральных чисел, не делящихся на 5; A3 – множество натуральных чисел, делящихся на 5. Найдите: A1∪A2∪A3.

Задание 5. Пусть A={x | x – целое четное число и 1≤x≤12}; B={x | x – целое число, кратное 3 и 1≤x≤12}. Убедитесь, что

$$A \cap B = A \cup B.$$

Задание 6. Дано два множества A={x,y} и B={1,2,3}. Найдите декартовы произведения: A×B, B×A, B×B, A×A, B×A×B, A×B×A.

Задание 7. Изобразите на плоскости декартовы произведения множеств: A×B, B×A, B×B.

a) A={x | x∈[0;1]}; B={y | y∈(-1;1)};

b) A={ x | x∈R и x2>1}; B={y | y∈R и y∈[1; +∞)}.

Задание 8. Постройте множество A^2, если:

a) A= {0, 1};

b) A={x, y, z};

c) A={0, 2, 4, 6, 8};

d) A={1, 3, 5, 7};

e) A={день, ночь};

f) A={a, b, c, d}.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 86

Тема: Понятие графа

Цель:

- рассмотреть понятие графа и его применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.
Задание 2. Решить предложенные задания.

Графом G = (V, X) называется пара двух конечных множеств: V – множества вершин и X – множества ребер. Если у ребер не указано направление, то такой граф называется ***неориентированным***, у ***ориентированного*** графа каждое ребро имеет направление.

Мультиграфом называется граф, содержащий кратные ребра.
Псевдографом называется граф, содержащий петли или/и кратные ребра.
Степенью вершины графа deg(V) называется количество ребер ей инцидентных.

<u>Операции над графами:</u>

1. Объединение графов включает все вершины и ребра, которые содержатся в исходных графах.
2. Пересечение графов включает только одинаковые вершины и ребра, которые содержатся в исходных графах.
3. Кольцевая сумма содержит объединение графов без их пересечения.
4. Дополнение содержит те вершины и ребра, которые не хватает исходному графу до полного графа.

Эйлеровым графом называется граф, содержащий эйлеров цикл (цикл, содержащий все ребра графа только один раз).
Гамильтоновым графом называется граф, содержащий гамильтонов цикл (цикл, проходящий через каждую вершину только один раз).
Матрицей инцидентности неориентированного графа (неографа) называется таблица, состоящая из n строк (по числу вершинам) и m столбцов (ребер), в которой могут быть следующие значения:

- 1, если вершина инцидента ребру
- 0, если вершина не инцидентна ребру
- 2, если ребро является петлей.

Матрицей инцидентности ориентированного графа (ортграфа) называется таблица, состоящая из n строк (по числу вершин) m столбцов (ребрам), в которой могут быть следующие значения:

- -1, если вершина является началом ребра
- 0, если вершина не инцидентна ребру
- 1, если вершина является концом ребра
- ±1, если ребро является петлей.

Матрицей смежности графа называется квадратная матрица с n элементам (по числу вершин), в которой могут быть следующие значения:

- 0, если между вершинами нет ребра
- λ, если между вершинами есть ребро с кратностью λ

Пример 1. Граф G = (V, X) задан множеством вершин, где V = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} и списком ребер X = {(1, 2), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (1, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 6), (4, 5)}.

а) Постройте граф.

б) Укажите вид графа, наличие петель, изолированных вершин и кратных ребер.

в) Определите степень каждой вершины графа.

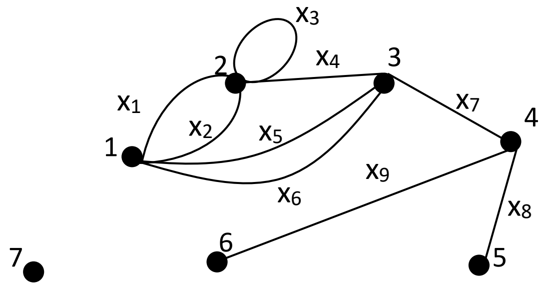
б) Постройте матрицу инцидентности.
г) Постройте матрицу смежности.

Пример 2. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из A в F.

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Пример 1. Решение

а) Соединим попарно вершины, инцидентные каждому из заданных ребер



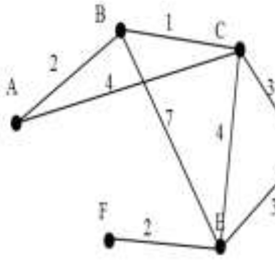
б) Задан неориентированный псевдограф, имеющий две пары кратных ребер: $\{(1, 2)^2, (1, 3)^2\}$
Граф имеет изолированную вершину 7 и петлю в вершине 2.
в) deg(1) = 4, deg(2) = 5, deg(3) = 4, deg(4) = 3, deg(5) = 1, deg(6) = 1, deg(7) = 0
г) матрица инцидентности

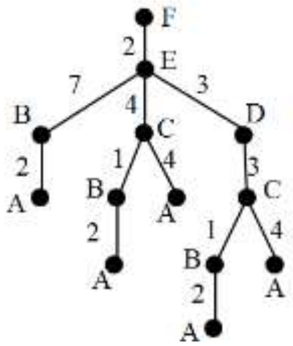
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
2	1	1	2	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	1	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1	1	1
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0

г) матрица смежности

	1	2	3	4	5	6	7
1		2	2	0	0	0	0
2	2	1	1	0	0	0	0
3	2	1		1	0	0	0
4	0	0	1		1	1	0
5	0	0	0	1		0	0
6	0	0	0	1	0		0
7	0	0	0	0	0	0	

Пример 2. Решение Изобразим с помощью графа данные таблицы. Точками обозначим населенные пункты. Там, где пункты соединены дорогой, там соединяем точки.





Нарисуем пути из пункта A в F. Начнем с конца, с пункта F.
Получим кратчайший путь AB-BC-CE-EF = 2 + 1 + 4 + 2 = 9

Задание 1. Граф G = (V, X) задан множеством вершин, где V = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} и списком ребер.

а) Постройте граф.

б) Укажите вид графа, наличие петель, изолированных вершин и кратных ребер.

в) Определите степень каждой вершины графа.

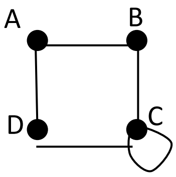
б) Постройте матрицу инцидентности.

г) Постройте матрицу смежности.

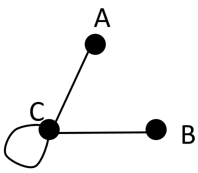
I вариант X = {(2, 3), (4, 3), (7, 6), (7, 7), (7, 2), (6, 4), (2, 7), (6, 4)}
II вариант X = {(4, 5), (6, 5), (7, 6), (7, 7), (7, 2), (6, 4), (2, 7), (6, 4)}

Задание 2. Даны два графа $G_1 = (V_1, X_1)$ и $G_2 = (V_2, X_2)$. Изобразите геометрически объединение графов $G_1 \cup G_2$; пересечение графов $G_1 \cap G_2$ и кольцевую сумму $G_1 \oplus G_2$.

I вариант

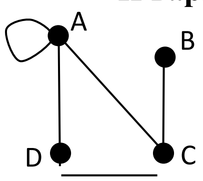


G_1

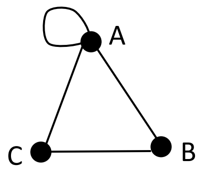


G_2

II вариант



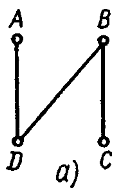
G_1



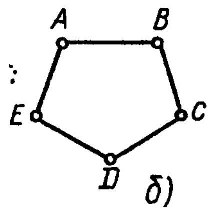
G_2

Задание 3. Изобразите дополнения графов:

I вариант



II вариант

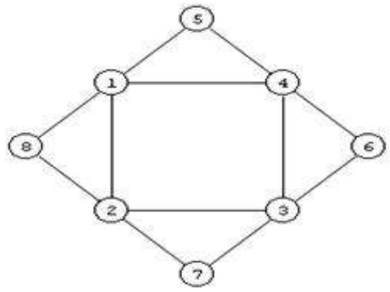


Задание 4. Решить задачу с помощью ориентированного графа:
I вариант. Из пункта А в пункт В выехали пять машин одной марки разного цвета: белая, чёрная, красная, синяя, зелёная. Чёрная едет впереди синей, зелёная – впереди белой, но позади синей, красная впереди чёрной. Какая машина едет первой и какая последней?

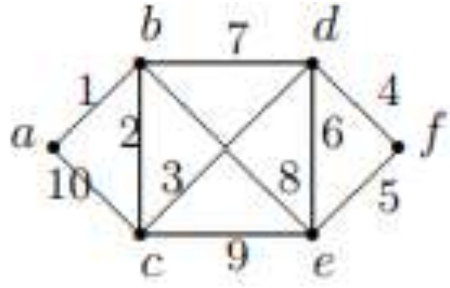
II вариант. Из Череповца в Вологду выехали пятеро велосипедистов: Белов, Чернов, Краснов, Смирнов и Захаров. Чернов едет впереди Смирнова. Захаров едет впереди Белова, но позади Смирнова. Краснов – впереди Чернова. Определите, в каком порядке едут велосипедисты.

Задание 5. Определить является ли граф эйлеровым. Проверить теорему о четности вершин эйлерова графа. Если граф является эйлеровым, то записать эйлеров цикл.

I вариант



II вариант



Задание 6. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Определите длину кратчайшего маршрута из A в F.

I вариант

	A	B	C	D	E	F
A		2	4	8		16
B	2			3		
C	4			3		
D	8	3	3		5	3
E				5		5
F	16			3	5	

II вариант

	A	B	C	D	E	F
A		4				
B	4		6	3	6	
C		6			4	
D		3			2	
E		6	4	2		5
F					5	

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 87

Тема: Связный граф, дерево, цикл граф на плоскости

Цель:

- рассмотреть основные связный граф, дерево, цикл граф и их применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

Связный граф – это граф, где каждые две вершины соединены путём. Цикл – это простой замкнутый путь положительной длины. **Дерево** – это связный граф без циклов. Подграф графа G – это такой граф, все вершины и ребра которого являются вершинами и ребрами графа G.

Задание 2. Решить предложенные задания

Задача 1. Дерево имеет 2015 вершин. Верно ли, что в нем найдется простой путь длины 3? Решение. Рассмотрим граф K1,n (это «звезда» с n «лучами», т. е. граф с вершинами 0, 1, 2, . . . , n и ребрами 01, 02, . . . , 0n) — очевидно, являющийся деревом — при n = 2014. Путь требуемого вида uvwz содержит четыре попарно различные вершины. Покажем, что в K1,n такого пути не может быть. В самом деле, «среднее» ребро vw должно совпадать с каким-то ребром 0k, где $k > 0$. Пусть $w = k$ и $v = 0$. Но тогда $z = 0 = v$, так как $\deg k = 1$. Случай $w = 0$ и $v = k$ симметричен.

Примеры для самостоятельного решения

Задача 2. Существует ли дерево на 9 вершинах, в котором 2 различные вершины имеют степень 5?

Задача 3. Сколько циклов длины 2 может быть в дереве на 12 вершинах? Укажите все возможные ответы

Задача 4. В дереве нет вершин степени 2. Докажите, что количество висячих вершин (т. е. вершин степени 1) больше половины общего количества вершин.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 88

Тема: «Контрольная работа по теме «Операции с множествами. Описание реальных ситуаций с помощью множеств. Применение графов к решению задач»»

Цели:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: контрольная работа

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Укажите множество элементов множества, соответствующие записи. Выпишите один элемент, принадлежащий множеству, и один элемент, не принадлежащий этому множеству.

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
$M = \{x \mid x^2 + 2x + 2 > 0\}$	$M = \{x \mid x^2 - 5x + 6 < 0\}$	$M = \{x \mid x^2 - x - 12 \leq 0\}$
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
$M = \{x \mid x^2 + x - 20 < 0\}$	$M = \{x \mid x^2 - 8x - 9 \geq 0\}$	$M = \{x \mid x^2 + 10x + 21 > 0\}$

Задание 2. На множестве U букв русского алфавита заданы множества A, B, C. Найти следующие множества и изобразить их кругами Эйлера.А) $(A \cap B) \cup C$; Б) $(A \cup B) \cap C$; В) $U \setminus (A \cup B \cup C)$

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
А = {д, о, с, к, а} В = {л, о, д, к, а} С = {к, н, и, г, а}	А = {г, р, у, ш, а} В = {б, у, г, о, р} С = {к, н, и, г, а}	А = {м, о, р, я, к} В = {я, к, о, р, ь} С = {к, р, о, н, а}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
А = {б, и, л, е, т} В = {б, и, р, к, а} С = {т, а, л, о, н}	А = {з, а, в, о, д} В = {н, а, р, о, д} С = {д, о, с, к, а}	А = {п, а, л, е, ц} В = {ц, а, п, л, я} С = {п, е, т, л, я}

Задание 3. Даны отрезки А, В, С. Найти следующие множества:А) $(A \cup B)$; Б) $(A \cap B) \cup C$; В) $(C \cup B) \setminus (A \cap B)$

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = [-2, 7]; B = [3, 10]; C = [5, 15]	A = [-4, 2]; B = [0, 6]; C = [3, 9]	A = [0, 8]; B = [4, 12]; C = [9, 20]
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
A = [-6, 0]; B = [-3, 5]; C = [2, 8]	A = [0, 4]; B = [2, 9]; C = [5, 11]	A = [-1, 8]; B = [4, 13]; C = [6, 17]

Задание 4.

Даны множества А, В. Определить декартово произведение множеств А) АхВ; Б) АхА

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
A = {8, 9, 10} B = {а, б}	A = {а, б, с} B = {3, 4}	A = {5, 6, 8} B = {л, к}
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**

A = {о, п, р} B = {0, 1}	A = {1, 5, 10} B = {к, н}	A = {д, г, в} B = {20, 21}

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 89

Тема: Перестановки, размещения, сочетания

Цель:

- рассмотреть основные правила комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания и их применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Н. В. Богомолов. практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений. стр. 257

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 259 №7-15

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 90

Тема: Относительная частота события, свойство ее устойчивости.

Цель:

- ознакомиться с теоретической частью и выполнить задания

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Ответить на вопросы

Задание 3.Решить задачи

Относительная частота. Устойчивость относительной частоты

Относительная частота наряду с вероятностью принадлежит к основным понятиям теории вероятностей.

Относительной частотой события называют отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний.

Таким образом, относительная частота события *A* определяется формулой

$$W(A) = m/n,$$

где *m* — число появлений события, *n* — общее число испытаний.

Сопоставляя определения вероятности и относительной частоты, заключаем: определение вероятности не требует, чтобы испытания производились в действительности; определение же относительной частоты предполагает, что испытания были произведены фактически. Другими словами, *вероятность вычисляют до опыта, а относительную частоту—после опыта.*

Пример I. Отдел технического контроля обнаружил 3 нестандартных детали в партии из 80 случайно отобранных деталей.

Относительная частота появления нестандартных деталей

$$W(A) = 3/80.$$

Пример 2. По цели произвели 24 выстрела, причем было зарегистрировано 19 попаданий.

Относительная частота поражения цели:

$$W(A) = 19/24.$$

Длительные наблюдения показали, что если в одинаковых условиях производят опыты, в каждом из которых число испытаний достаточно велико, то относительная частота обнаруживает свойство устойчивости. Это свойство состоит в том, что *в различных опытах относительная частота изменяется мало (тем меньше, чем больше произведено испытаний), колеблясь около некоторого постоянного числа*. Оказалось, что это постоянное число есть вероятность появления события.

Таким образом, если опытным путем установлена относительная частота, то полученное число можно принять за приближенное значение вероятности.

Проиллюстрируем свойство устойчивости на примерах.

Пример 3. *По данным шведской статистики, относительная частота рождения девочек за 1935 г. по месяцам характеризуется следующими числами* (числа расположены в порядке следования месяцев, начиная с января): 0,486; 0,489; 0,490; 0.471; 0,478; 0,482; 0,462; 0,484; 0,485; 0,491; 0.482; 0,473

Относительная частота колеблется около числа 0,482, которое можно принять за приближенное значение вероятности рождения девочек.

Заметим, что статистические данные различных стран дают примерно то же значение относительной частоты.

Пример 4. Многократно проводились опыты бросания монеты, в которых подсчитывали число появления «герба». Результаты нескольких опытов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Число бросаний	Число появлений «герба»	Относительная частота
4 040	2 048	0,5069
12 000	6 019	0,5016
24 000	12 012	0,5005

З десь относительные частоты незначительно отклоняются от числа 0,5, причем тем меньше, чем больше число испытаний. Наприм ер, при 4040испытаниях отклонение равно 0.0069, а при 24000 испытаний - лишь 0,0006.

Приняв во внимание, что вероятность появления «герба» при бросании монеты равна 0,5, мы вновь убеждаемся, что относительная частота колеблется около вероятности.

Ответьте на вопросы:
1. Что такое относительная частота события?
2. Как вычислить относительную частоту появления буквы «и» тексте?
3. Зависит ли частота появления букв от текста (жанра, стиля)?
4 Где и как можно использовать полученные знания о постоянстве частоты появления каждой буквы?

Решить задачи:
1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.
2. При обработке деталей на станке в среднем 4 % из них бывают с дефектами. Какова вероятность того, что каждые две детали из 30 взятых на проверку окажутся с дефектами?
3. В урне находятся 6 белых и 4 черных шара. Вынимают один за другим два шара. Найдите вероятность того, что оба шара окажутся черными.

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 91
Тема: Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности

Цель:
- рассмотреть статистическое определение вероятности и применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.72-73
Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 74 №1 -10

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 92
Тема: Первичная обработка статистических данных. Графическое их представление.

Цель:
- рассмотреть первичную обработку статистических данных и её графическое представление

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями
Задание 2. Ответить на вопросы по теме

Теоретические сведения по теме

Целью освоения дисциплины «Первичная обработка и представление статистических данных» является получение студентами основ понимания фундаментальных статистических принципов, роли статистики в исследовании различных видов экономической деятельности, социальных и демографических процессов. Особенностью курса является наличие большого числа примеров из реальной практики, наглядно демонстрирующих разнообразие областей применения стати-тики, ее значимость для экономики и социальной сферы. При этом обучение студентов основным графическим и табличным представлениям данных, основам их статистической обработки позволяет сделать результаты расчетов более наглядными и доступными для понимания и интерпретации. В профессиональной деятельности и повседневной жизни мы сталкиваемся с большим потоком разнообразных данных: курсами валют, прибылями и убытками при проведении различных операций, процентными ставками....

Предлагаемый курс научит, как справиться с этим потоком, эффективно выделить из него необходимую для принятия рациональных решений информацию и представить ее лаконично и максимально наглядно. Знакомство с возможностями сбора и обработки данных будет опираться как на универсальные информационные технологии, так и на специализированные пакеты прикладных программ, а также сопровождаться большим количеством практических примеров и иллюстраций. За счет широкого применения компьютерных технологий в курсе значительное внимание уделяется интерпретации данных и статистических характеристик, получаемых по результатам расчетов. В результате освоения дисциплины студент должен: Знать: роль статистических методов в экономике и социальной сфере, сущность классификации статистических данных, методы их группировки и визуализации, основы статистического анализа данных, основные положения теории вероятностей и выборочного наблюдения; сущность формирования интегральных обобщающих показателей и индексов,

Уметь: классифицировать данные с учетом их размерности и шкалы измерения, рассчитывать основные статистические характеристики и показатели взаимосвязи и интерпретировать полученные результаты, строить и анализировать статистические таблицы и графики; Иметь навыки (приобрести опыт): поиска необходимой статистической информации; применения методов статистического анализа к решению конкретных проблем; расчета статистических показателей; анализа взаимосвязи признаков, проведения статистического анализа вариационных рядов с использованием Excel. Курс «Первичная обработка и представление статистических данных» предназначен для всех студентов, интересующихся возможностями статистического анализа широкого круга социально-экономических, политических, социологических, культурологических и демографических проблем. Курс «Первичная обработка и представление статистических данных» изучается в рамках майнора «Прикладной статистический анализ» и ориентирован на студентов со знанием математики и экономики в объеме средней школы.

Ответить на вопросы

Как называется способ представления статистической информации?
Сколько этапов включает статистическое наблюдение?
Какие бывают статистические методы?
Какие математические методы используют для статистической обработки данных?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 93

Тема: Контрольная работа по теме «Элементы комбинаторики. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей»

Цели:

- контроль полученных знаний

Оснащение занятия: контрольная работа

Вариант 1.

Условия выполнения задания:

Задание выполняется в аудитории во время занятий.

Максимальное время выполнения задания: 30 минут

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

оценка «4» ставится выполнение любых пяти заданий

оценка «3» ставится за выполнение любых четырех заданий

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

1) 30 2) 100 3) 120 4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

1) 128 2) 35960 3) 36 4)46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

1) 10 2) 60 3) 20 4) 30

4. Вычислить: 6! -5!

1) 600 2) 300 3) 1 4) 1000

5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

1) $\frac{17}{45}$ 2) $\frac{17}{43}$ 3) $\frac{43}{45}$ 4) $\frac{17}{45}$

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

1) $\frac{3}{2}$ 2) 0,5 3) 0,125 4) $\frac{1}{3}$

7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

1) 0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

Вариант 2.

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

1) 100 2) 30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3 2) 6 3) 2 4) 1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

1) 10000 2) 60480 3) 56 4) 39450

4. Вычислите: $\frac{8!}{6!}$

1) 2 2) 56 3) 30 4) $\frac{4}{3}$

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта – туз?

1) $\frac{1}{36}$ 2) $\frac{1}{35}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{36}{4}$

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

1) 0,25 2) $\frac{2}{6}$ 3) 0,5 4) 0,125

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

1) 0,5 2) 0,4 3) 0,04 4) 0,8

Вариант 3.

Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?

1) 24 2) 4 3) 16 4) 20

2. Сколько диагоналей имеет выпуклый семиугольник?

1) 30 2) 21 3) 14 4) 7

3. В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

1) 22 2) 11 3) 150 4) 110

4. Сократите дробь: $\frac{n!}{(n+1)!}$

1) 1 2) $\frac{n}{n+1}$ 3) $\frac{1}{n+1}$ 4) $\frac{2}{n+1}$

5. Какова вероятность, что при одном броске игрального кубика выпадает число очков, равное четному числу?

1) $\frac{1}{6}$ 2) 0,5 3) $\frac{1}{3}$ 4) 0,25

6. Катя и Аня пишут диктант. Вероятность того, что Катя допустит ошибку, составляет 60%, а вероятность ошибки у Ани составляет 40%. Найти вероятность того, что обе девочки напишут диктант без ошибок.

1) 0,25 2) 0, 4 3) 0,48 4) 0,2

7. Завод выпускает 15% продукции высшего сорта, 25% - первого сорта, 40% - второго сорта, а все остальное – брак. Найти вероятность того, что выбранное изделие не будет бракованным.

1) 0,8 2) 0,1 3) 0,015 4) 0,35

Вариант 4

Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек?

1) 5 2) 120 3) 25 4) 100

2. Сколькими способами из 25 учеников класса можно выбрать четырех для участия в праздничном концерте?

1) 12650 2) 100 3) 75 4)10000

3. Сколько существует трехзначных чисел, все цифры. Которых нечетные и различные.

1) 120 2) 30 3) 50 4) 60

4. Упростите выражение: $\frac{(n+1)!}{(n-2)!}$

1) 0,5 2) $\frac{n+1}{n-2}$ 3) n^3-n 4) n^2 -1

5. Какова вероятность, что ребенок родится 7 числа?

1) $\frac{7}{30}$ 2) $\frac{7}{12}$ 3) $\frac{7}{31}$ 4) $\frac{7}{365}$

6. Каждый из трех стрелков стреляет в мишень по одному разу, причем попадания первого стрелка составляет 90%, второго – 80%, третьего – 70%. Найдите вероятность того, что все три стрелка попадут в мишень?

1) 0,504 2) 0,006 3) 0,5 4) 0,3

7. Из 30 учеников спортkласса, 11 занимается футболом, 6 – волейболом, 8 – бегом, а остальные прыжками в длину. Какова вероятность того, что один произвольно выбранный ученик класса занимается игровым видом спорта?

1) $\frac{17}{30}$ 2) 0,5 3) $\frac{28}{30}$ 4) $\frac{14}{30}$

Вариант 5

Сколько существует вариантов рассаживания 6 гостей на 6 стульях?

1) 36 2) 180 3) 720 4) 300

1. Аня решила сварить компот из фруктов 2-ух видов. Сколько различных вариантов (по сочетанию фруктов) компотов может сварить Аня, если у нее имеется 7 видов фруктов?

1) 14 2) 10 3) 21 4) 30

2. Сколько существует обыкновенных дробей, числитель и знаменатель которых – простые различные числа не больше 20?

1) 80 2) 56 3) 20 4) 60

3. Упростите выражение: $\frac{1}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+2)!}$.

1) $\frac{(n+1)!}{(n+2)!}$ 2) $\frac{n+1}{(n+2)!}$ 3) $\frac{1}{(n+2)!(n+1)!}$ 4) 0

5. Какова вероятность того, что выбранное двузначное число делится на 12?

1) $\frac{12}{90}$ 2) $\frac{4}{45}$ 3) $\frac{12}{45}$ 4) $\frac{90}{8}$

6. Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида – 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет.

1) 0,21 2) 0,49 3) 0,5 4) 0,09

7. Музыкальная школа проводит набор учащихся. Вероятность быть не зачисленным во время проверки музыкального слуха составляет 40%, а чувство ритма – 10%. Какова вероятность положительного тестирования?

1) 0,5 2) 0,4 3) 0,6 4) 0,04

Вариант 6

Сколькими способами можно с помощью букв К, А, В, С обозначить вершины четырехугольника?

1) 12 2) 20 3) 24 4) 4

1. На полке стоят 12 книг. Наде надо взять 5 книг. Сколькими способами она может это сделать?

1) 792 2) 17 3) 60 4) 300

2. В 12 – ти этажном доме на 1 этаже в лифт садятся 9 человек. Известно, что они выйдут группами в 2, 3 и 4 человека на разных этажах. Сколькими способами они могут это сделать, если на 2 – Ом этаже лифт не останавливается?

1) 100 2) 720 3) 300 4) 60

4. Упростите выражение: $\frac{n!}{(n+1)!}-\frac{(n-1)!}{n!}$.

1) $\frac{-1}{(n+1)!n!}$ 2) $\frac{n!-(n-1)!}{(n+1)!n!}$ 3) $\frac{-1}{n^2+1}$ 4) 0

5. В ящике лежат карточки с буквами, из которых можно составить слово «электрификация». Какова вероятность того, что наугад выбранная буква окажется буквой к?

1) $\frac{1}{7}$ 2) 7 3) $\frac{1}{14}$ 4) $\frac{2}{33}$

6. Каждый из трех стрелков стреляет в мишень по одному разу, причем вероятность попадания 1 стрелка составляет 80%, второго – 70%, третьего – 60%. Найдите вероятность того, что двое из трех стрелков попадет в мишень.

1) 0,336 2) 0,452 3) 0,224 4) 0,144

7. В корзине лежат фрукты, среди которых 30% бананов и 60% яблок. Какова вероятность того, что выбранный наугад фрукт будет бананом или яблоком?

1) 0,9 2) 0,5 3) 0,34 4) 0,18

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 94

Тема Простейшие уравнения и неравенства с модулем.

Цель

- рассмотреть простейшие уравнения и неравенства с модулем.

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. стр. 228 -230. Записать в тетрадь рассмотренные примеры.

Задание 2. Решить уравнения и неравенства

В-1	**В-2**
Решите уравнения и неравенства, содержащие модуль: 1) $\lvert x-2\rvert = 2x^2 - 4x;$ 2) $x^2 + 2\lvert x\rvert + 1 = 0;$ 3) $\lvert x+2\rvert - \lvert x-1\rvert = \lvert x\rvert + 3;$ 4) $\lvert x+2\rvert + \lvert x-3\rvert < 3x - 1;$ 5) $\lvert 2x-7\rvert \geq \lvert 3-x\rvert;$ 6) $\frac{x^2-3x+2}{\lvert x-5\rvert} \geq 0$	Решите уравнения и неравенства, содержащие модуль: 1) $\lvert x+1\rvert = x^2 + x;$ 2) $x^2 + 4\lvert x\rvert + 4 = 0;$ 3) $\lvert x+1\rvert - \lvert x+3\rvert = \lvert x\rvert - 1;$ 4) $\lvert x-1\rvert + \lvert x+1\rvert > 4x + 1;$ 5) $\lvert 3x+5\rvert \geq \lvert 3+x\rvert;$ 6) $\frac{x^2+5x+6}{\lvert x-1\rvert} \geq 0$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 95

Тема: Решение уравнений и неравенств с параметром

Цель
- рассмотреть основные приемы решения уравнений и неравенств с параметром

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. стр. 230 -235. Записать в тетрадь рассмотренные примеры.

Задание 2. выполнить упражнения

1. Найти все значения параметра t, при которых уравнение $||x| + t – 5| = t – 3$ имеет три корня. Если таких решений несколько, то найти их сумму.

2. Прямая $y = 3x +1$ является касательной к графику функции $y = ax 2 + 2x + 3$ в точке с абсциссой $x = 2$. Найти a.

3. Прямая $y = –5x + 8$ является касательной к графику функции $y = 8x2 + bx + 15$ в точке с абсциссой $x = –0,5$. Найти b.

4. Найти все значения параметра t, при которых уравнение $||x| + t – 5| = t – 3$ имеет четыре корня. Если таких решений несколько, то найти их сумму.

5. Найти наименьшее целое значение параметра t, при котором уравнение $|2x – 1| + |x – 3| = t + x$ не имеет корней.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 96

Тема: Решение текстовых задач профессионального содержания

Цель
- рассмотреть решение текстовых задач профессионального характера

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Решить задачи

1. Стальной лист толщиной 5 мм, шириной 2 м и длиной 3 м. Необходимо из него изготовить емкость для перевозки жидкости максимального объема оптимальной формы с минимальной трудоемкостью изготовления.
2. Сварщику необходимо изготовить бункер, имеющий форму правильной четырехугольной призмы, длина стороны основания которого 1,2 м, а высота 2,4 м. Сколько стали необходимо для выполнения работы (Примечание: на швы следует добавить 3% материала).
3. Сварщику необходимо изготовить бак, имеющий форму параллелепипеда с основанием $1{,}4\times 2{,}2$ м, чтобы он вмещал 2 т воды. Какова высота бака? (плотность воды $1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$)
4. Сварщику необходимо изготовить цистерну цилиндрической формы, высота которой 3м, радиус основания 1,5 м. Вычислить , сколько электродов необходимо для сварки, если на 1 м расходуется 4 электрода, а масса одного электрода 60 г. Вычислить стоимость электродов, если 1 кг стоит 30 рублей.
5. Рабочий изготовил резервуар цилиндрической формы. Его высота 8 м, длина окружности основания 30 м, радиус окружности основания 3,5 м, а высота равна диаметру основания. Каков объем резервуара?

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 97

Тема: Решение текстовых задач профессионального содержания

Цель
- рассмотреть решение текстовых задач профессионального характера

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание. Решить задачи профессиональной направленности

1. Сварщику необходимо изготовить бункер, имеющий форму правильной четырехугольной призмы. Периметр основания этой призмы *20 см*, а площадь боковой грани *50 см*^{2} . Найдите объём призмы и её полную поверхность.

2. Сварщику необходимо изготовить бункер, в основании которого лежит правильный треугольник со стороной *6 см*. Боковое ребро на *2 см* больше периметра основания и образует с основанием угол *60*º. Найдите объём бункера.

3. Сварщику необходимо изготовить бак, имеющий форму параллелепипеда . В основании параллелепипеда лежит квадрат с периметром *24 см.* Боковое ребро параллелепипеда равно диагонали основания и образует с основанием угол *45º*. Найдите объём параллелепипеда.

4. Из листа железа необходимо сварить бак цилиндрической формы. Лист имеет форму прямоугольника с диагональю 15 см и меньшей стороной 9 см.Найдите объём и площадь полной поверхности тела вращения.

5. Сварщику необходимо сварить бак, который имеет форму цилиндра. Диагональ осевого сечения этого цилиндра 20 см, а высота 16 см. Найти объем бака.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2019
2. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2019
3. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2020
4. Электронный учеб.- метод. комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2021
5. *Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2020