Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Добрянский гуманитарно–технологический техникум им. П. И. Сюзева»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОУД.04 «МАТЕМАТИКА»

для специальности

46.02.01 Документационное обеспечение управления и архивоведение

Добрянка, 2021

Рассмотрено
на заседании П(Ц)К общеобразовательных, гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

«14» 05 2021 г.

Председатель П(Ц)К общеобразовательных, гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

__________________ Г.П. Трушникова

ОДОБРЕНО методическим
советом ГБПОУ ДГТТ им. П.И. Сюзева

Протокол № 5 от «14» 05 2021г.
Заведующий структурного подразделения

__________________ М.К. Рябкова

Составитель: Трушникова Галина Петровна, преподаватель ГБПОУ «Добрянский гуманитарно-технологический техникум им. П.И. Сюзева»

Рецензенты:

Внешние:

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине ОУД.04 «Математика» предназначены для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, а также для применения этих знаний при выполнении практических работ.

Перечень практических работ соответствует рабочей программе по дисциплине ОУД.04 «Математика»

Выполнение студентами практических работ по дисциплине проводится с целью:

- закрепления полученных теоретических знаний по дисциплине;
- углубления теоретических знаний в соответствии с заданной темой;
- формирования умений решать практические задачи;
- развития самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования активных умственных действий студентов, связанных с поисками рациональных способов выполнения заданий;
- подготовки к экзамену.

Методические указания выполняют функцию управления самостоятельной работой студента, поэтому каждое занятие имеет унифицированную структуру, включающую определение целей занятия, оснащения занятия, порядок выполнения работы, а также задания и контрольные вопросы для закрепления темы.

При выполнении практических работ основным методом обучения является самостоятельная работа студентов под руководством преподавателя.

Студенты на практических занятиях в зависимости от формы и сложности заданий работают:

- индивидуально;
- в парах;
- в группах (4-6 чел.);
- всей группой.

По окончании работы студенты самостоятельно или с помощью преподавателя осуществляют взаимоконтроль, обсуждают результаты и подводят итоги работы.

Оценка преподавателем выполненной студентом работы осуществляется комплексно:

- по результатам выполнения заданий;
- по устной работе;
- оформлению работы.

Указания к выполнению практических работ

1. Практические работы нужно выполнять в отдельной тетради в клетку. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Организация выполнения и контроля практических работ по дисциплине ОУД.04 «Математика» является подготовительным этапом к сдаче экзамена по данной дисциплине.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 1

Тема: *Арифметические действия над числами*

Цели:

- повторить основные правила действий над положительными и отрицательными числами;
- повторить основные правила действий над дробями;
- повторить правила действий над степенями.

Оснащение занятия: конспект лекций.

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение любых 24 заданий работы
оценка «3» ставится за выполнение любых 20 заданий работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме
2. Решить предложенные примеры

- Теоретические сведения по теме:

Сложение:

1) *при сложении двух чисел с одинаковыми знаками складываются их абсолютные величины и перед суммой ставится общий знак.*

П р и м е р ы : $(+6)+(+5)=11$;
$(-6)+(-5)=-11$.

2) *при сложении двух чисел с разными знаками их абсолютные величины вычитаются (из большей меньшая) и ставится знак числа с большей абсолютной величиной.*

П р и м е р ы : $(-6)+(+9)=3$;
$(-6)+(+3)=-3$.

Вычитание. *Можно заменить вычитание двух чисел сложением, при этом уменьшаемое сохраняет свой знак, а вычитаемое берётся с обратным знаком.*

П р и м е р ы : $(+8)-(+5)=(+8)+(-5)=3$;
$(+8)-(-5)=(+8)+(+5)=13$;
$(-8)-(-5)=(-8)+(+5)=-3$;
$(-8)-(+5)=(-8)+(-5)=-13$;

Умножение. *При умножении двух чисел их абсолютные величины умножаются, а произведение принимает знак « + » , если знаки сомножителей одинаковы, и знак « – » , если знаки сомножителей разные.*

Полезна следующая схема (*правила знаков при умножении*):

$+ \cdot + = +$
$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$
$- \cdot - = +$

При умножении нескольких чисел (двух и более) произведение имеет знак « + » , если число отрицательных сомножителей чётно, и знак « – » , если их число нечётно.

П р и м е р : $\left(+\frac{2}{3}\right)\cdot(+3)\cdot(-4)\cdot(-6)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-12.$

Деление. *При делении двух чисел абсолютная величина делимого делится на абсолютную величину делителя, а частное принимает знак « + » , если знаки делимого и делителя одинаковы, и знак « – » , если знаки делимого и делителя разные.* Здесь действуют *те же правила знаков, что и при умножении*:

$+ : + = +$
$+ : - = -$
$- : + = -$
$- : - = +$

П р и м е р : $(-12):(+4)=-3$.

Сокращение дроби. *Значение дроби не меняется, если разделить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля*. Это преобразование называется *сокращением дроби*. Например,

$$\frac{18}{27}=\frac{2\cdot\cancel{9}}{3\cdot\cancel{9}}=\frac{2}{3};\quad \frac{21}{28}=\frac{3\cdot\cancel{7}}{4\cdot\cancel{7}}=\frac{3}{4}.$$

Сложение и вычитание дробей. Если знаменатели дробей одинаковы, то для того, чтобы сложить дроби, надо сложить их числители, а для того, чтобы вычесть дроби, надо вычесть их числители (в том же порядке). Полученная сумма или разность будет числителем результата; знаменатель останется тем же. Если знаменатели дробей различны, необходимо сначала привести дроби к общему знаменателю. При сложении смешанных чисел их целые и дробные части складываются отдельно. При вычитании смешанных чисел рекомендуется сначала преобразовать их к виду неправильных дробей, затем вычесть из одной другую.

П р и м ер . $7\frac{1}{4}-4\frac{2}{3}=\frac{29}{4}-\frac{14}{3}=\frac{87}{12}-\frac{56}{12}=\frac{31}{12}=2\frac{7}{12}.$

Умножение дробей. Умножить некоторое число на дробь означает умножить его на числитель и разделить произведение на знаменатель. Следовательно, мы имеем общее правило умножения дробей: *для перемножения дробей необходимо перемножить отдельно их числители и знаменатели и разделить первое произведение на второе*.

П р и м е р . $\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{9}=\frac{2\cdot 5}{7\cdot 9}=\frac{10}{63}.$

Деление дробей. *Для того, чтобы разделить некоторое число на дробь, необходимо умножить это число на обратную дробь*.

Примеры для самостоятельного решения по теме
«Действия над числами и дробями»

Вычислите:

1) $4{,}57 \cdot 96$ 2) $1591 : 37$

3) $1 - \frac{47}{63}$ 4) $30 - 13\frac{6}{7}$

5) $\frac{18}{35}\cdot\frac{15}{22}$ 6) $\frac{6}{7}:\frac{2}{3}$

7) $14\cdot\frac{1}{4}$ 8) $\frac{8}{13}:2$

9) $13 – 16 + 25 – 19$ 10) $(-3)^2+6\cdot(-1)^3-(-2)^3$

11) $1-(-\frac{4}{5})^2$ 12) $1-(-0{,}6)^2$

13) $\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$ 14) $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}$

15) $6{,}38 \cdot 49$ 16) $5488 : 98$

17) $1-\frac{57}{72}$ 18) $10 - 8\frac{6}{7}$

19) $\frac{14}{25}\cdot\frac{15}{42}$ 20) $\frac{11}{24}:\frac{1}{6}$

21) $12\cdot\frac{5}{6}$ 22) $\frac{16}{19}:8$

23) $16 – 17 + 22 – 13$ 24) $(-2)^2+6\cdot(-1)^7-(-3)^3$

25) $1-(-0.4)^2$ 26) $1-(-\frac{7}{8})^2$

27) $\frac{5}{6} + \frac{2}{9}$ 28) $\frac{7}{11} - \frac{4}{5}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 2

Тема: ***Действия над дробями***

Цели:

- повторить основные правила действий над дробями;
- повторить правила действий над степенями.

Оснащение занятия: задачник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.6

Решить 1.1; 1.2; 1.3

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 3

Тема: Сравнение *числовых выражений*

Цели:

- повторить основные правила числовых выражений
- совершенствование вычислительных навыков

Оснащение занятия: задачник.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1.

М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 1. Развитие понятия о числе. Стр.10

Решить 1.12; 1.13; 1.14; 1.15

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 4

Тема: ***Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами.***

Цели:

- повторить свойства корней
- совершенствование вычислительных навыков

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф. Образования. Стр. 29-33

Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.24

Решить 2.1 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 5

Тема: ***Решение иррациональных уравнений.***

Цели:

- научиться решать иррациональные уравнения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 206-208

Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.30

Решить 2.7 А(1-5); Б(1-5); В (1-5)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 6

Тема: ***Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Преобразования выражений, содержащих степени***

Цели:

- научиться вычислять значения степени с рациональным выражением

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 209-213

Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017

Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.34

Решить 2.10

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 7

Тема: *Решение показательных уравнений*

Цели:

- научиться решать простейшие показательные уравнения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы Основные теоретические сведения:

Степени чисел от 0 до 10

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8^n	1	8	64	512	4096	32768					
9^n	1	9	81	729	6561	59049					
10^n	1	10	100	1000	10000						

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 3. $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$ 4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ 5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 7. $a^0 = 1$ 8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$ 4. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ 5. $\sqrt[n\cdot k]{a^{n\cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $\sqrt[n]{a^n} = a$ 7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Уравнения вида $a^{f(x)} = b$, где $a>0$, $a \neq 1$ называются простейшими показательными уравнениями. Если $b \leq 0$, то уравнение решений не имеет.

Если b>0 , то существует такое число c, что $b = a^c$. Тогда $a^{f(x)} = a^c$ (в силу монотонности функции $y=a^t$) равносильно уравнению f(x) = c.

Примеры для самостоятельного решения

<u>1 вариант</u>

а) $3^{x-4} = 1$

б) $2^{7-3x} = 0.5^{x-4}$

в) $\frac{1}{8} * \sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1.25}$

г) $3^{|x|+2} = 27$

<u>2 вариант</u>

а) $0.8^{2x-3} = 1$

б) $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4.5^{x-2}$

в) $10^{2x} = 0.1 * \sqrt{1000}$

г) $2^{|x|-1} = 8$

Решение уравнений методом уравнивания показателей

Решение уравнений вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Указания Разделив обе части уравнения на $b^{f(x)} \neq 0$,

получим $\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$, где a> 0, b>0, $a \neq 1$, $b \neq 1$. $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$ **,** отсюда f(x) = 0

Примеры для самостоятельного решения

<u>1 вариант</u>

а) $3^{2x-5} = 2^{x-2.5}$

б) $6^{2x+1} = 3^{3x+1} \cdot 2^{x+1}$

в) $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$

<u>2 вариант</u>

а) $14^{x-2} = 13^{2-x}$

б) $2^{x+3} = 3^{x+1} + 3^{x+2}$

в) $2^{3x+7} + 5^{3x+4} + 2^{3x+5} - 5^{3x+5} = 0$

Метод введения новой переменной.

Цель: закрепить решение показательных уравнений, методом введения новой переменной и сведения к квадратному.

Указания

1. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)} + p = 0$ решается подстановкой $y = a^{f(x)}$, y > 0, при котором получается квадратное уравнение. Метод сведения к квадратному уравнению состоит в том, что нужно преобразовать уравнения к такому виду, чтобы некоторую показательную функцию обозначить новой переменной, получив при этом квадратное уравнение относительно этой переменной.
2. Уравнения вида $ma^{2f(x)} + na^{f(x)}b^{f(x)} + qb^{2f(x)} = 0$, где $m \neq 0$, $n \neq 0$ решается делением обеих частей уравнения на $a^{2f(x)} \neq 0$ или $b^{2f(x)} \neq 0$. Далее выполняется подстановка$(b/a)^{f(x)} = t$, где t > 0, и решается квадратное уравнение.

Примеры для самостоятельного решения

<u>1 вариант</u>

а) $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$

б) $4^x + 9^x = 2 \cdot 6^x$

в) $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$

<u>2 вариант</u>

а) $4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$

б) $25^{x+1} + 4^{x+1} = 20 \cdot 10^x$

в) $5 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 15^x - 3 \cdot 5^{2x} = 0$

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 8

Тема: ***Решение прикладных задач. Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому***

Цели:

- научиться вычислять логарифмы по произвольному основанию

Оснащение занятия: учебники.

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

Задание 2. Записать все предложенные задания и решить предложенные задания.

Основные теоретические сведения:

Приведём примеры для понимания самого смысла логарифма:

$\log_3 9 = 2$, так как $3^2 = 9$

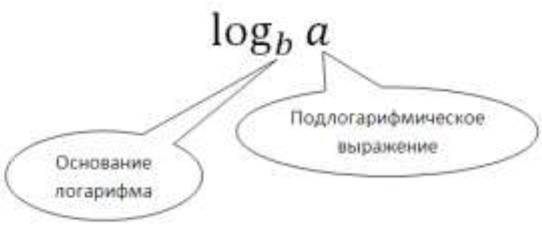
$\log_5 25 = 2$, так как $5^2 = 25$

$\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$

Определение: *логарифмом числа a по основанию b называется показатель степени, в который нужно возвести b, чтобы получить a.*

$\log_b a = x \qquad b^x = a$

при чём $\quad a > 0, \quad b > 0, \quad b \neq 1$



Основное логарифмическое тождество:

$$b^{\log_b a} = a$$

Свойства логарифмов, которые необходимо всегда помнить:

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

*Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

*Логарифм частного (дроби) равен разности логарифмов сомножителей.

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

*Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

*Переход к новому основанию

Ещё свойства:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Рассмотрим примеры на вычисление логарифмических выражений:

Пример 1.

Найдите значение выражения:

$$36^{\log_6 5}$$

$$36^{\log_6 5} = (6 \cdot 6)^{\log_6 5} = 6^{\log_6 5} \cdot 6^{\log_6 5} = 5 \cdot 5 = 25$$

Ответ: 25

Пример 2. Найдите значение выражения $\log_4 8$.

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 8 = \frac{1}{2} \cdot \log_2 8 = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1{,}5$$

Ответ: 1,5

Пример 3. Найдите значение выражения $\log_5 0{,}2 + \log_{0{,}5} 4$

$$\log_5 0{,}2 + \log_{0{,}5} 4 = \log_5 \frac{1}{5} + \log_{2^{-1}} 4 = \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 4 =$$

$$\log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 4 = -1 \cdot \log_5 5 + \frac{1}{-1} \cdot \log_2 4 =$$

$$-\log_5 5 - \log_2 4 = -1 - 2 = -3$$

Ответ: –3

Пример 4. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$$

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2$$

Ответ: 2

Пример 5. Найдите значение выражения:

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7}$$

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \cdot \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_7 7 = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = 2$$

Ответ: 2

Пример 6. Найдите значение выражения $\log_{0{,}8} 3 \cdot \log_3 1{,}25$

$$\log_{0{,}8} 3 \cdot \log_3 1{,}25 = \frac{1}{\log_3 0{,}8} \cdot \log_3 1{,}25 = \frac{\log_3 1{,}25}{\log_3 0{,}8} =$$

$$= \log_{0{,}8} 1{,}25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = \log_{\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}} \frac{5}{4} = \frac{1}{-1} \cdot \log_{\frac{5}{4}} \frac{5}{4} = -1 \cdot 1 = -1$$

Ответ: −1

Пример 7. Найдите значение выражения:

$$5^{\log_{25} 49}$$

$$5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{25} 7^2} = 5^{2 \cdot \log_{25} 7} = (5^2)^{\log_{25} 7} =$$

$$= 25^{\log_{25} 7} = 7$$

Ответ: 7

Пример 8. Найдите значение выражения:

$$8^{2 \cdot \log_8 3}$$

$$8^{2 \cdot \log_8 3} = \left(8^{\log_8 3}\right)^2 = 3^2 = 9$$

Ответ: 9

Пример 9. Найдите значение выражения:

$$64^{\log_8 \sqrt{3}};$$

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8 \cdot 8)^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{\log_8 \sqrt{3}} \cdot 8^{\log_8 \sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

Ответ: 3

Пример 10. Найдите значение выражения:

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}}$$

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12$$

Ответ: 12

Пример 11. Найдите значение выражения:

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$$

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13} = \log_{13^{-1}} 13^{0,5} = \frac{1}{-1} \cdot \log_{13} 13^{0,5} = -1 \cdot 0,5 = -0,5$$

Ответ: – 0,5

Пример 12. Найдите значение выражения $\log_3 8,1 + \log_3 10$.

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3(8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

Ответ: 4

Пример 13. Найдите значение выражения:

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$$

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = \log_{13} 13^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5

Пример 14. Вычислите значение выражения:

$$\left(3^{\log_2 3}\right)^{\log_3 2}$$

$$\left(3^{\log_2 3}\right)^{\log_3 2} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_2 3} = 2^{\log_2 3} = 3$$

Ответ: 3

Примеры для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Вычислить:

   1.1. $5,1^{\log_{5,1} 9}$; 1.2. $7^{\log_7 16}$; 1.3. $12^{1+\log_{12} 4}$; 1.4. $\log_2 \frac{1}{32}$;

2. Вычислить:

2.1. $2^{2+\log_2 5}$; 3.3. $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$.

3. Вычислить:

3.1. $\log_5 50 - \log_5 2$;

3.2. $\log_2 8^7$;

Вариант 2

1. Вычислить:

   1.1. $6,3^{\log_{6,3} 7}$; 1.2. $5^{\log_5 13}$; 1.3. $7^{2+\log_7 4}$; 1.4. $\log_3 \frac{1}{27}$;

   1.6. $5^{\log_5 0,2}$.

2. Вычислить:

2.1. $3^{1+\log_3 8}$; 3.2. $5^{2\log_5 3}$; 3.3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$;

3. Вычислить:

3.1. $\log_4 192 - \log_4 3$;
3.2. $\log_3 9^{10}$;

$\log_4 192 - \log_4 3$;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 9

Тема: *Вычисление и сравнение логарифмов*

Цели:

- научиться вычислять и сравнивать логарифмы

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 224-226
Задание 2. Решить предложенные задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017
Глава 2. Корни, степени, логарифмы. Стр.29
Решить 2.6 А(11-18); Б(11-15); В (11-15)
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 10

Тема: *Решение прикладных задач. Решение логарифмических уравнений.*

Цели:

- научиться решать логарифмические уравнения

Оснащение занятия: учебники.

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Записать рассмотренные примеры в тетрадь для практических занятий
Задание 2. Решить предложенные задания.

Пример 1

Найдите корень уравнения: $\log_3(4–x) = 4$

Используем основное логарифмическое тождество.

Так как $\log_a b = x$ $b^x = a$, то

$3^4 = 4 – x$

$x = 4 – 81$

$x = – 77$

Проверка:

$\log_3(4-(-77)) = 4$

$\log_3 81 = 4$

$3^4 = 81$ Верно.

Ответ: – 77

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения: $\log_2 (4 - x) = 7$

Пример 2

Найдите корень уравнения $\log_5 (4 + x) = 2$

Используем основное логарифмическое тождество.

Так как $\log_a b = x$ $b^x = a$, то

$5^2 = 4 + x$

$x = 5^2 - 4$

$x = 21$

Проверка:

$\log_5(4 + 21) = 2$

$\log_5 25 = 2$

$5^2 = 25$ Верно.

Ответ: 21

Пример 3

Найдите корень уравнения $\log_3(14 - x) = \log_3 5$.

Имеет место следующее свойство, смысл его таков: если в левой и правой частях уравнения имеем логарифмы с одинаковым основанием, то можем приравнять выражения, стоящие под знаками логарифмов.

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$14 - x = 5$

$x = 9$

Сделайте проверку.

Ответ: 9

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения $\log_5(5 - x) = \log_5 3$.

Пример 4

Найдите корень уравнения: $\log_4(x + 3) = \log_4(4x - 15)$.

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$x + 3 = 4x - 15$

$3x = 18$

$x = 6$

Сделайте проверку.

Ответ: 6

Пример 5

Найдите корень уравнения $\log_{1/8}(13 - x) = -2$.

$(1/8)^{-2} = 13 - x$

$8^2 = 13 - x$

$x = 13 - 64$

$x = -51$

Сделайте проверку.

Ответ: – 51

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения: $\log_{1/7}(7 - x) = -2$

Пример 6

Найдите корень уравнения $\log_2 (4 - x) = 2 \log_2 5$.

Преобразуем правую часть.воспользуемся свойством:

$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

$\log_2(4 - x) = \log_2 5^2$

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$$4 - x = 5^2$$
$$4 - x = 25$$
$$x = -21$$

Сделайте проверку.

Ответ: – 21

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения: $\log_5(5 - x) = 2\log_5 3$

Пример 7

Решите уравнение $\log_5(x^2 + 4x) = \log_5(x^2 + 11)$

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$

$$x^2 + 4x = x^2 + 11$$
$$4x = 11$$
$$x = 2{,}75$$

Сделайте проверку.

Ответ: 2,75

Решите самостоятельно:

Найдите корень уравнения $\log_5(x^2 + x) = \log_5(x^2 + 10)$.

Пример 8

Решите уравнение $\log_2(2 - x) = \log_2(2 - 3x) + 1$.

Необходимо с правой стороны уравнения получить выражение вида:

$\log_2(......)$

Представляем 1 как логарифм с основанием 2:

$$1 = \log_2 2$$

Далее применяем свойство:

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$$
$$\log_2(2 - x) = \log_2(2 - 3x) + \log_2 2$$

Получаем:

$$\log_2(2 - x) = \log_2 2(2 - 3x)$$

Если $\log_c a = \log_c b$, то $a = b$, значит

$$2 - x = 4 - 6x$$
$$5x = 2$$
$$x = 0{,}4$$

Сделайте проверку.

Ответ: 0,4

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 11

Тема: *Решение логарифмических уравнений и неравенств*

Цели:

- научиться решать логарифмические уравнения и неравенства

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр. 233-234

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 235 № 514, №517, №519, №520

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 12

Тема: *Взаимное расположение прямых в пространстве*

Цель:

- рассмотреть взаимное расположение прямых в пространстве

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 18; № 34-39

Теоретические сведения по теме:

Возможны ТРИ случая взаимного расположения двух прямых в пространстве:

1. Параллельны
2. Скрещиваются
3. Пересекаются

Определение 1. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Определение 2. Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются скрещивающимися.

Определение 3. Прямые, которые пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются пересекающимися

Прямая в пространстве – понятие.

В разделе прямая на плоскости мы дали представление о точке и прямой на плоскости. Прямую линию в пространстве следует представлять абсолютно аналогично: мысленно отмечаем две точки в пространстве и проводим с помощью линейки линию от одной точки до другой и за пределы точек в бесконечность.

Все обозначения точек, прямых и отрезков в пространстве аналогичны случаю на плоскости.

Вообще, прямая линия целиком принадлежит некоторой плоскости в пространстве. Это утверждение вытекает из аксиом:

- через две точки проходит единственная прямая;
- если две точки прямой лежат в некоторой плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

Существует еще одна аксиома, которая позволяет рассматривать прямую в пространстве как пересечение двух плоскостей: если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 13

Тема: ***Параллельность прямой и плоскости***

Цель:

- изучить определение и свойства параллельности прямой и плоскости

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 19; № 40-46

Теоретические сведения по теме:

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Известны три варианта взаимного расположения прямой и плоскости:

1. Прямая принадлежит плоскости.
2. Прямая параллельна плоскости.
3. Прямая пересекает плоскость.

Прямые линии, принадлежащие плоскости и занимающие частное положение по отношению к плоскостям проекций, называются главными линиями плоскости.

Очевидно, что если прямая не имеет двух общих точек с плоскостью, то она или параллельна плоскости, или пересекает ее.

Большое значение для задач начертательной геометрии имеет частный случай пересечения прямой и плоскости, когда прямая перпендикулярна плоскости.

Определение взаимного положения прямой и плоскости - позиционная задача, для решения которой применяется метод вспомогательных секущих плоскостей.

Прямая и плоскость в пространство могут:

- а) не иметь общих точек;
- б) иметь ровно одну общую точку;
- в) иметь хотя бы две общие точки.

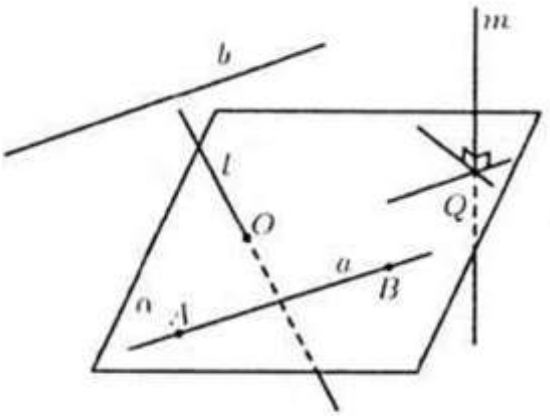


Рис. 30

Прямая и плоскость в пространство могут:
- а) не иметь общих точек;
- б) иметь ровно одну общую точку;
- в) иметь хотя бы две общие точки.

На рис. 30 изображены все эти возможности.
В случае а) прямая b параллельна плоскости : $b \parallel \alpha$.
В случае б) прямая l пересекает плоскость α в одной точке O; $l \cap \alpha = O$.
В случае в) прямая a принадлежит плоскости : $a \in \alpha$.
Теорема. Если прямая b параллельна хотя бы одной прямой a, принадлежащей плоскости α , то прямая параллельна плоскости α .
Предположим, что прямая m пересекает плоскость в точке Q.Если m перпендикулярна каждой прямой плоскости , проходящей через точку Q, то прямая m называется перпендикулярной к плоскости .
Трамвайные рельсы иллюстрируют принадлежность прямых плоскости земли. Линии электропередачи параллельны плоскости земли, а стволы деревьев могут служить примерами прямых, пересекающих поверхность земли, некоторые перпендикулярные плоскости земли, другие — не перпендикулярные (наклонные).

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 14

Тема: ***Перпендикуляр и наклонная к плоскости***

Цель:
- рассмотреть понятия перпендикуляра и наклонной к плоскости

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 40-41;
Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 44-45 № 138-143, № 149-151

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 15
Тема: ***Теорема о трех перпендикулярах***

Цель:
- рассмотреть теорему о трех перпендикулярах и её применение для решения задач

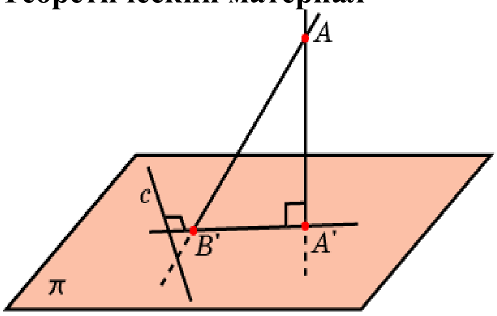
Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

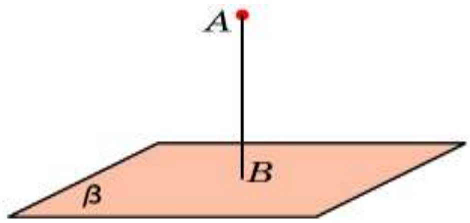
Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.
Задание 2. Рассмотреть решение типичных задач
Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретический материал



Теорема: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.
Теорема (обратная): Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.
Определение: Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость



1. Решение типичных задач

Задача 1

Из точки A, не принадлежащей плоскости α, проведены к этой плоскости перпендикуляр AO и две равные наклонные AB и AC. Известно, что $\angle OAB = \angle BAC = 60°$, $AO = 1{,}5$ см. Найдите расстояние между основаниями наклонных, угол между прямой AB и плоскостью α.

Дано: $AB = AC$,
$\angle OAB = \angle BAC = 60°$,
$AO = 1{,}5$ см.
Найти: BC, $\angle(AB, \alpha)$

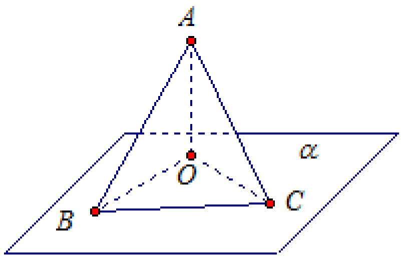


Рис. 1

Решение:
Рассмотрим треугольник ABO. Он прямоугольный, так как AO перпендикулярна α. Найдем гипотенузу AB.

$$AB = \frac{AO}{\cos\angle OAB} = \frac{1{,}5}{\cos\angle 60°} = \frac{1{,}5}{0{,}5} = 3\ (см)$$

Рассмотрим треугольник *ABC*. Он равнобедренный, так как *AB* = *AC*. А угол *BAC* равен 60°. Значит, треугольник *ABC* – равносторонний. Получаем, *BC* = *AB* = 3 см.
Угол между прямой *AB* и плоскостью α – это угол между прямой *AB* и ее проекцией *BO* на плоскость α. То есть, .

$$\angle(AB,\alpha) = \angle ABO = 90° - 60° = 30°$$

Ответ: 3 см,

<u>*Задача 2*</u>

Расстояние от точки *M* до каждой из вершин правильного треугольника *ABC* равно 4 см. Найдите расстояние от точки *M* до плоскости *ABC*, если *AB* = 6 см. Чему равен угол между прямой *MC* и плоскостью *ABC*?

Дано:
AB = *BC* =*CA* = 6 см;
MA = *MB* = *MC* = 4 см.
Найти:
ρ (M, ABC);
∠ (MC, ABC).

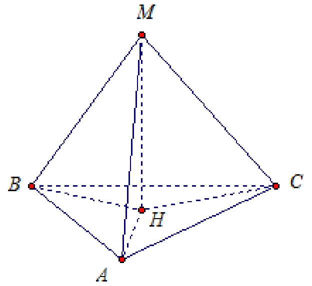


Рис. 2

Решение:
Пусть *MH* – перпендикуляр к плоскости *ABC*. Найдем месторасположение точки *H*.
Треугольники *MHA, MHB, MHC* равны по гипотенузе и общему катету (*MA* = *MB* = *MC,* катет *MH* – общий). Значит, *HA* = *HB* = *HC*. То есть точка *H* равноудалена от вершин треугольника *ABC*.
Значит, *H* – центр описанной окружности, а отрезок *AH* равен радиусу описанной окружности.
Найдем радиус описанной окружности из теоремы синусов.

$$R = \frac{a}{2\sin 60°} = \frac{6}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}\ (см).$$

Значит, *HA* = *HB* = *HC* $= 2\sqrt{3}$ см.
Длина перпендикуляра *MH* и есть расстояние от точки *M* до плоскости *ABC*. Рассмотрим прямоугольный треугольник *MHC*. Найдем *MH* по теореме Пифагора.

$$\rho(M, ABC) = MH = \sqrt{MC^2 - CH^2} = \sqrt{4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = 2\ (см).$$

Угол между прямой *MC* и плоскостью *ABC* – это угол между прямой *MC* и ее проекцией *HC*, то есть угол *MCH*. Найдем его из треугольника *MHC*.

$$\sin\angle MHC = \frac{MH}{MC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Так как угол *MHC* – острый, то $\angle MHC = 30°.$

Ответ: 2 см.

Задача 3

Прямая *p* проведенная из центра *O* описанной около треугольника *ABC* окружности, есть геометрическое место точек (ГМТ), равноудаленных от вершин треугольника.

$$O \in ABC, OA = OB = OC.$$

Дано:

$O \in p, p \perp ABC,\ M \in p$

Доказать: MA = MB = MC.

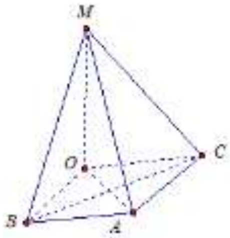


Рис. 3

Доказательство.

Пусть *MO* – перпендикуляр к плоскости *ABC* (рис. 4). Прямоугольные треугольники *MOA, MOB, MOC* равны по двум катетам (*OA = OB = OC,* катет *MO* – общий). Значит, *MA = MB = MC.* То есть точка *M* равноудалена от вершин треугольника *ABC*, что и требовалось доказать.

Теперь докажем в обратную сторону.

Дано:

MA = MB = MC.

Доказать:

$M \in p$

Доказательство.

Пусть *MO* – перпендикуляр к плоскости *ABC* (рис. 4). Треугольники *MOA, MOB, MOC* равны по катету и гипотенузе (*MA = MB = MC,* катет *MO* – общий). Значит, *OA = OB = OC.* То есть точка *O* – центр описанной окружности, *OM* – перпендикуляр *p*.

Примечание: Из равенства треугольников *MOA, MOB, MOC* следует равенство углов $\angle MOA = \angle MOB = \angle MOC$. То есть прямые *MA, MB, MC* образуют с плоскостью *ABC* равные углы.

Свойство серединного перпендикуляра

Дан отрезок *AB* (рис. 4). Точка *O* – середина отрезка *AB*. *p* – перпендикуляр к прямой *AB,* проходящий через точку *O*. Если точка *M* лежит на серединном перпендикуляре, то точка *M* равноудалена от концов отрезка *AB*, то есть *MA = MB*.

Если точка *N* равноудалена от концов отрезка *AB*, то она лежит на серединном перпендикуляре *p*.

$M \in p \Leftrightarrow MA = MB$

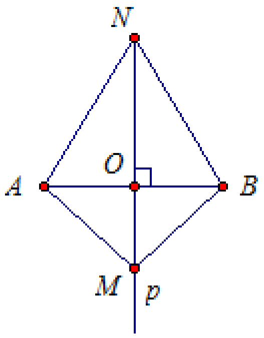
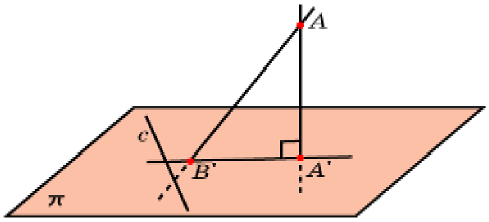


Рис.4

Решить самостоятельно.

Вариант 1

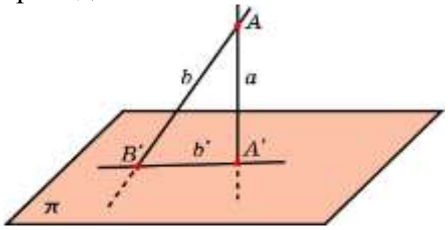
1. Докажите, что если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и ортогональной проекции этой наклонной.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее второй. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.
3. Из вершины равностороннего треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до прямой BC, если AD=1дм, BC=8 дм?
4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. SO= $4\sqrt{2}$ см.
1) Докажите равенство углов, образованных прямымиSA, SB, SD с плоскостью квадрата.
2) Найдите эти углы, если периметр ABCD равен 32 см.
5. Отрезок SA длиной 15 см – перпендикуляр к плоскости прямоугольника ABCD, в котором AC=10 см, AB=6 см.
Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC имеют равные площади.

Вариант 2

1. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.
3. Из вершины квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр AE к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки E до прямой BD, если AE=2дм, AB=8 дм?
4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. SO= 4см. Точки K, L, M, N – середины сторон квадрата.
1) Докажите равенство углов, образованных прямымиSK, SL, SM, SN с плоскостью квадрата.
2) Найдите эти углы, если площадь ABCD равен 64 см^2.
5. Отрезок SA длиной 6 см – перпендикуляр к плоскости квадрата ABCD, в котором AC=$8\sqrt{2}$ см.
Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC на плоскости квадрата равны.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 16

Тема: ***Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач***

Цель:

- рассмотреть основные правила комбинаторики и их применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Н. В. Богомолов. практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений. стр. 257

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 259 №7-15

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 17

Тема: ***Решение задач на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний***

Цель:

- рассмотреть формулы для подсчета числа размещений, перестановок и сочетаний и их применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Н. В. Богомолов. практические занятия по математике: учебное пособие для средних специальных учебных заведений. стр. 257-258

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 259 №16-26

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 18

Тема: ***Бином Ньютона и треугольник Паскаля***

Цель:

- рассмотреть бином Ньютона и треугольник Паскаля и их применение к решению задач.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.72-73

Задание 2. Решить предложенные задания. стр. 74 №1 -10

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 19

Тема: ***Признаки взаимного расположения прямых. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.***

Цель:
- рассмотреть признаки взаимного расположения прямых, взаимное расположение прямых и плоскостей и их применение к решению задач

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. Решить задачи: стр. 23 №63, стр30 № 77-82

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 20

Тема: ***Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников.***

Цель:
- рассмотреть различные виды многогранников, их изображение и развертки

Оснащение занятия: учебник

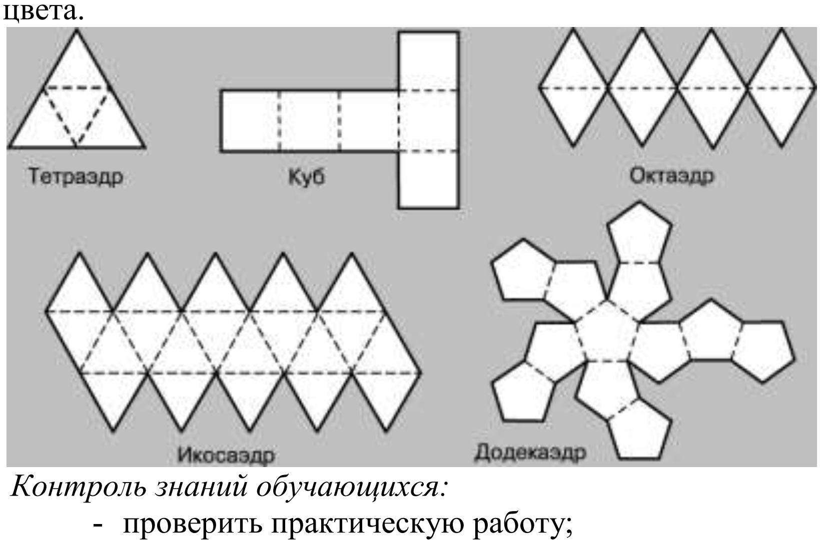
Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. изготовить модели перечисленных многогранников, используя развертки. Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток. Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 21

Тема: ***Векторы. Действия с векторами.***

Цель:

- рассмотреть понятие вектора и правила действий над векторами

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 81-82;

Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 83 № 327- 331, № 335

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 22

Тема: ***Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии.***

Цель:

- рассмотреть понятие вектора и правила действий над векторами

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 105-107;

Задание 2. Решить предложенные задания. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 108 № 443- 450,

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 23

Тема: ***Основные тригонометрические тождества***

Цель:

- изучить формулы, связывающие функции одного угла и их применение для решения задач

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

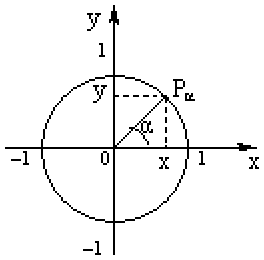
Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретические сведения по теме:

Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса.



$P_\alpha(x;\ y)$

$x = \cos\alpha$

$y = \sin\alpha$

$|\cos\alpha| \le 1$

$|\sin\alpha| \le 1$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \alpha \ne \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$$

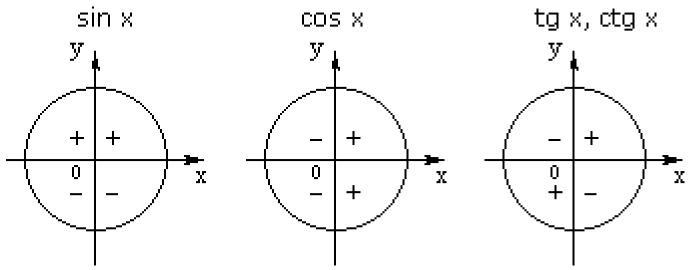
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\ \alpha \ne \pi k,\ k \in Z$$

Основные тождества:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

Знаки тригонометрических функций:



Значения тригонометрических функций

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0	–

Формулы синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла (–α):

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$

$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$

Формулы приведения:

Функции	Углы							
	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi k-\alpha$	$2\pi k+\alpha$
sin	cos α	cos α	sin α	– sin α	– cos α	– cos α	–sin α	sin α
cos	sin α	– sin α	– cos α	– cos α	– sin α	sin α	cos α	cos α
tg	ctg α	– ctg α	– tg α	tg α	ctg α	– ctg α	– tg α	tg α
ctg	tg α	– tg α	– ctg α	ctg α	tg α	– tg α	–ctg α	ctg α

Основные тригонометрические тождества

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\text{tg}\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\text{ctg}\,x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$\text{tg}\,x\ \text{ctg}\,x = 1$

$\text{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$

$\text{ctg}^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$

Решение типовых заданий

Пример 1.*Вычислить значение sin α, если cos α = 0,3, α — угол в первой четверти.*

Решение Применим основное тригонометрическое тождество, связывающее тригонометрические функции $y = \sin\alpha,\ y = \cos\alpha : \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.Так как по условию задачи *cosα = 0,3*, то c*os2α = 0,09*. Значит, *sin2α + 0,09 = 1*, *sin2α = 1 – 0,09 = 0,91*. Решая уравнение *sin2α = 0,91*, получаем два случая ($\sin\alpha = \sqrt{0,91}$ или $\sin\alpha = -\sqrt{0,91}$), из которых, обращая внимание на то, какой четверти принадлежит искомый угол, следует выбрать один. Вспомним, что в первой четверти все тригонометрические функции имеют знак «+». Следовательно, $\sin\alpha = \sqrt{0,91}$.Ответ: $\sin\alpha = \sqrt{0,91}$.

Пример 2*.Вычислите значение tg α, если ctg α = 0,2.*Решение: Воспользуемся формулой, связывающей тригонометрические функции *y = tg α, y = ctg α :tg α * ctg α = 1*. Подставляя заданное в условии значение 0,2, получаем, что *tg α * 0,2 = 1, откуда tg α = 5*.Ответ: 5.

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано: sinα = $-\frac{8}{17}$; $\frac{3}{2}\pi<\alpha<2\pi$;

Найти: cosα; tgα; ctgα.

2. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно: $\sqrt{8}$ - 3 и $\sqrt{8}$ + 3?

3. Упростите выражение: $\frac{1}{1+\text{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1+\text{ctg}^2\alpha}$;

4. Дано: sinα = $-\frac{4}{5}$; $\pi<\alpha<\frac{3}{2}\pi$;

Найти: cosα; tgα; ctgα.

5. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно: $\sqrt{5}$ - 2 и $\sqrt{5}$ + 2?

6. Упростите выражение: $\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{\cos\alpha}$;

7. Дано: sinα = $-\frac{3}{5}$; $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$; Найти: cosα; tgα; ctg α.

8. Могут ли тангенс и котангенс одного угла быть равными соответственно: $\sqrt{15}$ - 4 и $\sqrt{15}$ + 4?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 24

Тема: ***Формулы сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму***

Цель:

- изучить формулы *сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму* и их применение для решения задач

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задания

Теоретические сведения по теме:

Формулы двойного аргумента

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$

$$\sin 2x = \frac{2\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{tg}^2x} = \frac{2\mathrm{ctg}x}{1+\mathrm{ctg}^2x} = \frac{2}{\mathrm{tg}x+\mathrm{ctg}x}$$

$\cos 2x = \cos^2x - \sin^2x = 2\cos^2x - 1 = 1 - 2\sin^2x$

$$\cos 2x = \frac{1-\mathrm{tg}^2x}{1+\mathrm{tg}^2x} = \frac{\mathrm{ctg}^2x-1}{\mathrm{ctg}^2x+1} = \frac{\mathrm{ctg}x-\mathrm{tg}x}{\mathrm{ctg}x+\mathrm{tg}x}$$

$$\mathrm{tg}2x = \frac{2\mathrm{tg}x}{1-\mathrm{tg}^2x} = \frac{2\mathrm{ctg}x}{\mathrm{ctg}^2x-1} = \frac{2}{\mathrm{ctg}x-\mathrm{tg}x}$$

$$\mathrm{ctg}2x = \frac{\mathrm{ctg}^2x-1}{2\mathrm{ctg}x} = \frac{\mathrm{ctg}x-\mathrm{tg}x}{2}$$

Формулы половинного аргумента

$$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$$

$$\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$$

$$\mathrm{tg}^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

$$\mathrm{ctg}^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$$

$$\mathrm{tg}\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

$$\mathrm{ctg}\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1-\cos x}$$

Формулы сложения аргументов

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$\mathrm{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\mathrm{ctg}\alpha\,\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}$$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

$$\mathrm{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta}{1 + \mathrm{tg}\alpha\, \mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\mathrm{ctg}\alpha\, \mathrm{ctg}\beta + 1}{\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta}$$

Формулы суммы тригонометрических функций

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$

$$\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

Формулы разности тригонометрических функций

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$

$$\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано: $\sin\alpha = -\frac{8}{17}$; $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$;

Найти: $\cos\alpha$; $\sin 2\alpha$; $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})$;

2. Упростить выражение:

а) $\frac{\sin 11x \cdot \cos x + \cos 11x \cdot \sin x}{\cos^2 6x - \sin^2 6x}$;

б) $\sin(2\pi + \alpha) \cdot \mathrm{tg}(\frac{\pi}{2} + \alpha)$;

в) $\frac{\cos 5x + \cos 7x}{2\cos 6x}$;

г) $\frac{\cos 2\beta - 1}{2\cos^2\beta}$;

3. Дано: $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$; $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$;

Найти: $\cos\alpha$; $\cos 2\alpha$; $\cos(\alpha - \frac{\pi}{3})$;

4. Упростить выражение:

а) $\frac{1 - \cos 2\beta}{\sin 2\beta}$;

б) $\frac{\cos^2 6x - \sin^2 6x}{\sin 21x - \sin 3x}$;

в) $\sin\frac{\pi}{15} \cdot \cos\frac{4\pi}{15} + \cos\frac{\pi}{15} \cdot \sin\frac{4\pi}{15}$;

г) $\cos(\pi - \alpha) \cdot \mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$;

а) $\mathrm{ctg}(2\pi - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$;

б) $\frac{\sin 7x-\sin 3x}{\cos 7x+\cos 3x}$;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 25

Тема: ***Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс. Простейшие тригонометрические уравнения.***

Цель:

- изучить обратные тригонометрические функции и их применение для решения задач

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.112-113

Задание 2. Решить предложенные задания стр.118 № 10 91-10)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 26

Тема: ***Тригонометрические уравнения и неравенства***

Цель:

- изучить методы решения тригонометрических уравнений и неравенств

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр67-73

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 80 № 164-169

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 28

Тема: ***Построение и чтение графиков функций. Исследование функций***

Цель:

- повторить основные виды графиков функций
- научиться исследовать функции по графикам

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.122-126

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить задания стр. 126 № 1-10

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 29

Тема: ***Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции***

Цель:

- изучить свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций
- изучить свойства непрерывности и периодичности функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.135-138

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить задания стр. 138 № 1-11

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 30

Тема: ***Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса***

Цель:

- изучить свойства и научиться строить и исследовать графики тригонометрических функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 54-58

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 60 № 100-104

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 31
Тема: ***Обратные тригонометрические функции***

Цель:
- изучить свойства и научиться строить и исследовать графики тригонометрических функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений. Стр 62-64

Задание 2. Решить предложенные задания. А. Н. Колмогоров Алгебра и начала анализа стр. 66 № 126-131

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 32
Тема: ***Прямая и наклонная призмы***

Цель
- познакомиться с понятием призмы, с видами призм

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник. М., «Академия», 2017 стр.145-147

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить задания стр. 147 № 1-4

Контроль знаний обучающихся:
- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 33
Тема: ***Вычисление элементов прямых и наклонных призмы***

Цель
- научиться решать задачи на вычисление элементов призм

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 219-224

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 34

Тема: ***Правильная призма***

Цель

- научиться решать задачи на вычисление элементов правильной призмы

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 225-230

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 35

Тема: ***Пирамида и её элементы***

Цель

- научиться решать задачи на вычисление элементов пирамиды

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 62-64

Задание 2. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 239-243

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 36

Тема: ***Поверхность пирамиды***

Цель

- научиться решать задачи на вычисление поверхности пирамиды

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 64-65

Задание 2. Решить задачи. Л. С. Атанасян. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. стр. 60; № 244-248

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 37

Тема: ***Вычисление объемов многогранников***

Цель:

- научиться решать задачи на вычисление объемов многогранников

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

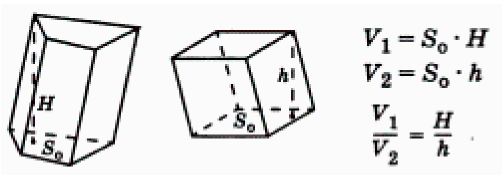
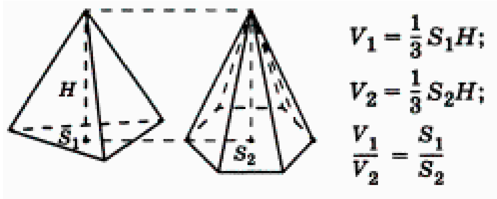
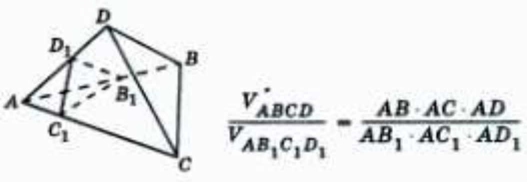
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

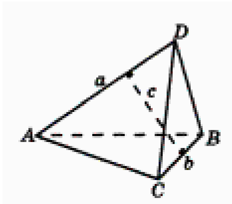
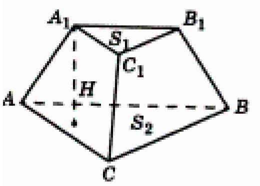
Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить задачи.

Основные теоретические сведения

Объемы равных тел равны. Если тело разбито на несколько тел, не имеющих общих внутренних точек, то его объем равен сумме объемов ***этих*** тел. ***Отношение объемов*** подобных тел равно ***кубу*** коэффициента подобия.	
Объем призмы равен: произведению площади ее основания на высоту $V=S_0 \cdot H$ произведению площади ее перпендикулярного сечения на боковое ребро $V=S_{\perp} \cdot l$	
Объем пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту. $V=\frac{1}{3}S_0 \cdot H$	
Объемы призм (пирамид), ***имеющих равновеликие основания***, относятся***как их высоты***. ***Объемы призм*** (пирамид), ***имеющих равные высоты***, относятся ***как площади их оснований***.	
Объемы тетраэдров, имеющих ***общий трехгранный угол***, относятся как ***произведения ребер***, содержащих этот угол.	

Объем тетраэдра может быть найден по формуле: $V=\frac{1}{6}abc\sin\varphi$, где a и b — длины скрещивающихся ребер, c — расстояние между ними, ϕ — угол между ними.	
Объем усеченной пирамиды $V=\frac{1}{3}H\cdot\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)$	
Объем многогранника можно получить, разбив его на не имеющие общих внутренних точек тетраэдры (***триангуляция***) и суммировав их объемы.	
Если в многогранник ***можно вписать шар, то объем*** многогранника равен: $V=\frac{1}{3}S_{полн}\cdot R$, R — радиус вписанного шара, $S_{полн}$ — площадь полной поверхности многогранника.	

Решение задач с практическим содержанием.

1.Классное помещение должно быть таким, чтобы на одного обучающегося приходилось не менее 6м^3 воздуха. Можно ли в помещении с параметрами а =7,5м,в =5м, с =3,3м заниматься 25 обучающимся, не нарушая санитарной нормы?

2. Клумба для цветов имеет форму прямой треугольной призмы. Сколько воды выпало за сутки на треугольную клумбу (основа – правильный треугольник) со стороной 4м? Суточное выпадение осадков составило 30мм (по высоте клумбы).

Задачи на развитие пространственного воображения

1. На рисунке представлена фотография здания. Назовите геометрические фигуры, из которых

состоит это здание.

Задачи на вычисление объема.

2. Дан прямой параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Стороны основания равные 7м. и 4м. образуют угол в 30°, боковое ребро равно 5м. Найдите площадь основания и объем параллелепипеда.
3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сторона куба равна 15см. Вычислить площадь основания, диагональ и объём куба.
4. В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 1. Найдите высоту пирамиды.

5. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, объём которого равен 1000м3. вычислите площадь основания, диагональ и сторону куба.
6. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Основание ABCD - прямоугольник, большая сторона которого равна 20см, а диагональ основания равна 25см.. Определите площадь основания и высоту, если объём фигуры равен 5250см
7. Дана наклонная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Основание ABCD – параллелограмм, стороны которого равны 14см и 8см. Высота основания образует со стороной AB угол в 60°. Определите площадь основания и объём фигуры, если высота параллелепипеда равна 19см.

Разгадывание ребусов. Необходимо разгадать термины, связанные с темой урока (пирамида, призма, куб)

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 38

Тема: ***Тела и поверхности вращения***

Цель

- научиться различать различные тела вращения и вычислять их элементы

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

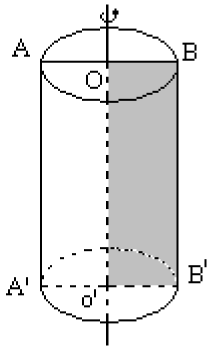
Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме.

Задание 2. Решить предложенные задачи.

Основные теоретические сведения

Когда человеку стали необходимы тела вращения? Археологические раскопки показывают, что кувшинами из глины, копьями люди пользовались еще до нашей эры. А теперь тела вращения окружают нас повсюду: в быту, технике и на производстве. Геометрические тела, такие как конус, цилиндр, шар, усеченный конус, используют чаще всего в совокупности с другими телами или друг с другом. Например, в техникелюбой узел станков и механизмов есть сочетание тел вращения с многогранниками, любую проволочку, трубу можно рассматривать как цилиндр пустой. На производстве приходится пользоваться гвоздями, которые представляют собой сочетание цилиндра, конуса, усеченного конуса, и киянкой - сочетание параллелепипеда и цилиндра.

Если люди издавна пользовались телами вращения в быту, то поэтому, вероятно, их так много сохранилось до наших дней. Это кастрюли, стаканы, бутылки, вазы, ведра и многое другое. Но самое большое применение нашли тела вращения в технике. Поэтому сейчас создано много различных станков дляполучения тел вращения. Конструкторы машин вычисляют вес любой детали сначала по чертежу, поэтому очень важно уметь вычислять поверхность не толькоотдельного геометрического тела, но и совокупность их. Без труб сантехнику не обойтись, втулка насоса с которым надо работать состоит из совокупности цилиндров. Можно сказать, что тела вращения находят свое применение во всех сферах деятельности человека.



1. **<u>Цилиндр</u>** – тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.

Цилиндр получается при вращении прямоугольника вокруг стороны.

2. прямая OO' - ось цилиндра

отрезок OO' - высота,

отрезок $AA' = BB'$ - образующая

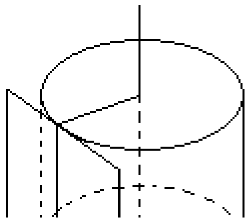
круг (O, OB) =кругу $(O', O'B')$ – основание цилиндра

3. а) осевое сечение (проходит через ось) есть прямоугольник

б) сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси, представляет собой прямоугольник

в) сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой круг

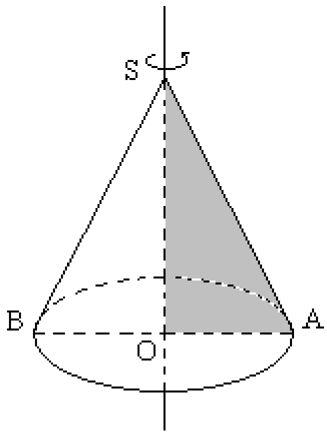
4. а) призмой вписанной в цилиндр, называется такая призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковыми ребрами – образующие.



б) Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

Призма описана около цилиндра, если у нее плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковые грани касаются цилиндра.

II. Конус



1. **<u>Конус</u>** – тело, которое состоит из круга – основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Конус получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг катета.

2. т. S – вершина конуса

Круг(O,OA) – основание конуса

SA=SB – образующие конуса

Отрезок SO – высота конуса

Прямая SO – ось конуса

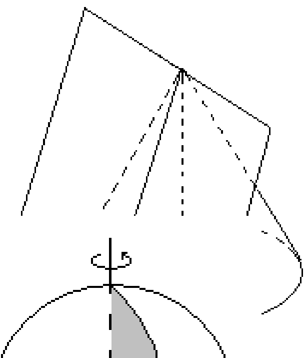
3. а) осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник

б) сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину – равнобедренный треугольник

в) сечение конуса плоскостью, перпендикулярно оси симметрии – круг

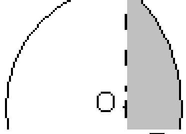
4. а) вписанная пирамида – пирамида, основание которой есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые ребра пирамиды – образующие конуса

б) Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.



Описанная пирамида – пирамида, у которой основанием служит многоугольник, описанный около основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые грани – касательные плоскости конуса.

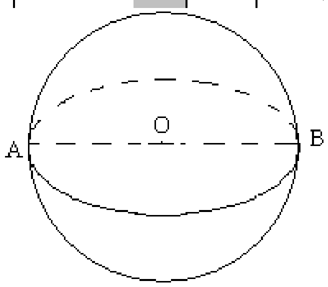
Шар. Сфера



1. **<u>Шар</u>** – тело состоящее из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не больше данного от данной точки.

Сфера – граница шара.

Шар получается при вращении полукруга вокруг его диаметра как оси2. т. O – центр шара

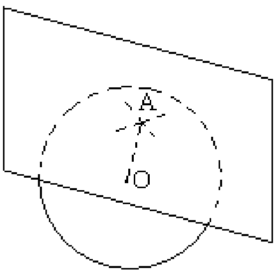


OA=OB – радиус шара

AB – диаметр

3. а) Всякое сечение шара плоскостью – круг, центром которого является

основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.
б) плоскость, проходящая через центр шара – диаметральная плоскость. Сечение шара диаметральной плоскостью называется большим кругом, а сечение сферы – большой окружностью.
4. Плоскость проходящая через точку А поверхности шара и перпендикулярная радиусу, проведенному в точку А, называется касательной плоскостью, точка А – плоскостью касания.
а) многогранник называется вписанным в шар, если все его вершины лежат на поверхности шара.



б) многогранник называется описанным около шара, если все его грани касаются поверхности шара.

Задание 1. ответить на следующие вопросы
1. Укажите среди окружающих вас предметов в природе, технике объекты, имеющие формы цилиндра, конуса, шара
2. При вращении каких фигур получаются цилиндр, конус, шар, сфера?

Тела вращения. Формулы поверхности и объема

Решение задач

1. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг его оси симметрии, параллельной большей стороне
2. Радиус основания цилиндра равен 6 см ,высота в два раза меньше длины окружности основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра
3. Найдите объём тела, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 6 см вокруг прямой, проходящей через середины его больших сторон.
4. Найдите объём тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг большей стороны.
5. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
6. Высота цилиндра равна 6 см, а площадь его боковой поверхности вдвое меньше площади его полной поверхности. Найдите объём цилиндра.
7. Радиус основания цилиндра равен 4 см, высота в 2 раза больше длины окружности основания. Найдите объём цилиндра.
8. Площадь осевого сечения цилиндра равна 64 см ^{2}, а его образующая равна диаметру основания.

9.Высота конуса равна 4, а диаметр основания — 6. Найдите образующую конуса.
10. Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5.Найдите диаметр основания конуса.
11 Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей 5. Найдите высоту конуса.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 39

Тема: ***Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности***

Цель

- познакомиться с понятием *числовой последовательности, способами ее задания, вычислением членов последовательности, с вычислением предела последовательности.*

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.165-170

*Задание 2.*Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.229 № 9.1 А; Б; № 9.2 А; Б;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 40

Тема: ***Производная: механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной в общем виде.***

Цель

- познакомиться с понятием *производной, с геометрическим и механическим смыслом производной*

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.171-176. Ответить письменно на вопросы 1-6 стр. 176

*Задание 2.*Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.236 № 9.16 А; Б;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 41

Тема: ***Правила и формулы дифференцирования. Составление таблицы производных основных элементарных функций***

Цель

- изучить правила и формулы дифференцирования

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме
Задание 2. Решить тест

Основные теоретические сведения

Определение: Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Приращение аргумента – это разность между новым значением аргумента и первоначальным. Приращение функции - это разность между новым значением функции и первоначальным.

$\Delta x = x - x_0$ **приращение аргумента**

$\Delta y = y - y_0$ **приращение функции**

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Если точка не входит в область определения функции, то в этой точке производной функции нет. Необходимым условием существования производной функции в точке является непрерывность функции в этой точке.

Правила вычисления производной произведения и дроби

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ *- производная произведения*

$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ *- производная дроби*

Таблица производных основных элементарных функций:

1. $x' = 1$
2. $(ax + в)' = a$
3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
4. $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$
5. $(x^n)' = nx^{n-1}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
9. $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(arctg\, x)' = \frac{1}{1+x^2}$
13. $(arcctg\, x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
14. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15. $(e^x)' = e^x$
16. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
17. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Решение типичных примеров

Пример1.

Вычислить производную функции $y(x) = 6x^{100} + 7x^{50} + 8x$.

Решение.

Применим правило суммы:

$$y'(x) = \left(6x^{100} + 7x^{50} + 8x\right)' = \left(6x^{100}\right)' + \left(7x^{50}\right)' + \left(8x\right)'.$$

Вынесем постоянные множители за знак производной:

$$y'(x) = 6\left(x^{100}\right)' + 7\left(x^{50}\right)' + 8\left(x\right)'.$$

Найдем производные степенных функций:

$$y'(x) = 6\cdot 100x^{99} + 7\cdot 50x^{49} + 8\cdot 1.$$

Окончательно получаем

$$y'(x) = 600x^{99} + 350x^{49} + 8 = 2\left(300x^{99} + 175x^{49} + 4\right).$$

Пример 2.

Вычислить производную функции $y(x) = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 5\sqrt{2}$.

Решение.

Производная постоянной величины равна нулю. Следовательно,

$$y'(x) = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 5\sqrt{2}\right)' = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2\right)' - \left(5\sqrt{2}\right)' = 0.$$

Пример 3

Найти производную функции $y(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$.

Решение.

Дифференцируем сначала как сумму функций:

$$y'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)' = \left(\frac{1}{x}\right)' + \left(\frac{2}{x^2}\right)' + \left(\frac{3}{x^3}\right)'.$$

Выносся постоянные множители за знак производной и вычисляя производные степенных функций, получаем

$$y'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' + 2\left(\frac{1}{x^2}\right)' + 3\left(\frac{1}{x^3}\right)' = \left(x^{-1}\right)' + 2\left(x^{-2}\right)' + 3\left(x^{-3}\right)' =$$

$$= -1\cdot x^{-2} + 2\cdot(-2)\,x^{-3} + 3\cdot(-3)\,x^{-4} = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4}.$$

Пример 4.

Найти производную следующей функции $y = 8x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 4x + 3.$

Решение.

Используя правило дифференцирования полинома, получаем выражение для производной в виде

$$y'(x) = \left(8x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 4x + 3\right)' = \left(8x^5\right)' - \left(6x^4\right)' + \left(5x^3\right)' - \left(7x^2\right)' + \left(4x\right)' + \left(3\right)' =$$

$$= 8\cdot 5x^4 - 6\cdot 4x^3 + 5\cdot 3x^2 - 7\cdot 2x + 4\cdot 1 + 0 = 40x^4 - 24x^3 + 15x^2 - 14x + 4.$$

Пример 5

Найти производную функции $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}.$

Решение.

Производная записывается в виде:

$$y'(x) = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}\right)' = \left(\frac{x^2}{2}\right)' + \left(\frac{x^3}{3}\right)' + \left(\frac{x^4}{4}\right)' = \frac{1}{2}\left(x^2\right)' + \frac{1}{3}\left(x^3\right)' + \frac{1}{4}\left(x^4\right)' = \frac{1}{2}\cdot 2x + \frac{1}{3}\cdot 3x^2 + \frac{1}{4}\cdot 4x^3 =$$

$$= x + x^2 + x^3 = x\left(x^2 + x + 1\right).$$

Пример 6 $y = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2}$

Найти производную функции .

Решение.

Производная имеет следующий вид:

$$y'(x)=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{2}{x^2}\right)'=\left(\frac{x^2}{2}\right)'-\left(\frac{2}{x^2}\right)'=\frac{1}{2}\left(x^2\right)'-2\left(\frac{1}{x^2}\right)'=\frac{1}{2}\left(x^2\right)'-2\left(x^{-2}\right)'=\frac{1}{2}\cdot 2x-2\cdot(-2)\,x^{-3}=$$

$$=x+4x^{-3}=x+\frac{4}{x^3}.$$

Пример 7

Вычислить значение производной функции $y=x^2-\dfrac{1}{2x^2}$ в точке $x = 1$.

Решение.

Производная данной функции имеет вид:

$$y'(x)=\left(x^2-\frac{1}{2x^2}\right)'=\left(x^2\right)'-\left(\frac{1}{2x^2}\right)'=\left(x^2\right)'-\frac{1}{2}\left(x^{-2}\right)'=2x-\frac{1}{2}\cdot(-2)\,x^{-3}=2x+\frac{1}{x^3}.$$

Значение производной в точке $x = 1$ равно:

$$y'(1)=2\cdot 1+\frac{1}{1^3}=2+1=3.$$

Пример 8.

Найти производную функции $y=\sqrt[3]{7}x+\sqrt[7]{3}$.

Решение.

Здесь мы имеем дело с линейной функцией, коэффициенты которой являются иррациональными числами. Поэтому,

$$y'(x)=\left(\sqrt[3]{7}x+\sqrt[3]{3}\right)'=\left(\sqrt[3]{7}x\right)'+\left(\sqrt[3]{3}\right)'=\sqrt[3]{7}\cdot 1+0=\sqrt[3]{7}$$

Пример 9.

Найти производную функции $y=\sqrt[4]{x^3}$.

Решение.

Представив данную иррациональную функцию как степенную, получаем:

$$y'(x)=\left(\sqrt[4]{x^3}\right)'=\left(x^{\frac{3}{4}}\right)'=\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1}=\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}=\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}.$$

Задание для самостоятельной работы: решить тест

Тест по теме «Производная многочлена и степени»

<u>Инструкция:</u>

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

<u>Условия выполнения задания:</u>

- Задание выполняется дома
  - При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

<u>Критерии оценок</u>

- оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста
- оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

1 Вариант.

1. Значение производной функции у(х) =3х – 7 при х = 2 равно

   а) 7 б) -7 в) 3 г) -4

2. Значение производной функции у(х) = $5x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 8x + 9$ при х = 0 равно

   а) -8 б) 6 в) 9 г) 8

3. Значение производной функцииу(х) =$\frac{x^7}{7} - \frac{x^3}{3} + 5x^2$ при х = 1 равно

а) 5 б) 2 в) 4 г) 10

4. Значение производной функции у(х) = $x^2 + 4x$при х = $\frac{1}{4}$ равно

а) 4 б) 4,5 в) 5 г) 5,5

5. Значение производной функцииу(х) = $3x^2 - 2\sqrt{x}$при х = 1 равно

а) -5 б) 5 в) 1 г) 7

6. Значение производной функцииу(х) =$\frac{1}{x} - 9x^2$ при х = -1 равно

а) -8 б) -9 в) 10 г) 17

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 3x^2 - x + 7$ является число:

а) 5 б) $\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{6}$ г) 2

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = x^2 + 4$; $g(x) = 2x^2 + 6x - 5$ является число:

а) -3 б) 2 в) -4 г) 3

9. Корнями уравнения$f'(x) + 4 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 3$ являются числа:

а) 1; 2 б) -2; 1 в) 2; 3 г) -1; 2

10. Корнями уравнения $f'(x) - 3 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2$ являются числа: а) 0; 1; 2

б) -2; 0; 1 в) 1; 2; 3 г) -1; 0; 2

2 Вариант.

1. Значение производной функции у(х) =9х + 5при х = 5 равно

а) 9 б) 5 в) 14 г) 4

2. Значение производной функции у(х) = $3x^4 + 5x^3 - 10x^2 + 6x - 1$при х = 0 равно

а) -10 б) 1 в) 6 г) 5

3. Значение производной функции у(х) = $\frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{5} + 4x^2$ при х = 1 равно

а) 8 б) 4 в) - 4 г) 3

4. Значение производной функции у(х) = $x^2 + 5x$при х = $-\frac{1}{4}$ равно

а) 6 б) -4,5 в) 5 г) 4,5

5.Значение производной функции у(х) = $7x^2 + 2\sqrt{x}$при х = 1 равно

а) 9 б) 15 в) 5 г) 14

6. Значение производной функции у(х) = $5x^2 - \frac{1}{x}$при х = -1 равно

а) 9 б) -9 в) 4 г) 5

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 6x^2 - x$ является число:

а) $\frac{1}{6}$ б) 5 в) $\frac{1}{12}$ г) 6

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = 10x^2 + 2x$; $g(x) = 6{,}5x^2 - 12x + 1$ является число:

а) -2 б) 4 в) 2 г) -3

9. Корнями уравнения $f'(x) - 3 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 6x - 10$являются числа: а) -1; 3

б) 1; 5 в) -3; 4 г) 1; 3

10. Корнями уравнения $f'(x) + 7 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 24{,}5x^2 - 7x$являются числа: а) 2; 3; 9

б) 0; 7; -7 в) 1; 3; 7 г) 0; 3; -3

3 Вариант.

1. Значение производной функции у(х) =2х - 3при х = 4 равно

а) -3 б) -1 в) 2 г) 5

2. Значение производной функции $y(x) = 6x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 5x + 1$при $x = 0$ равно а) 6 б) 5 в) 8 г) 4

3. Значение производной функции $yy(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + 3x^2$ при $x = 1$ равно

а) 3 б) 6 в) 4 г) 5

4. Значение производной функции $y(x) = x^2 + 3x$при $x = \frac{1}{2}$ равно

а) -4 б) 5 в) 3 г) 4

5. Значение производной функции $y(x) = 2\sqrt{x} + 9x^2$ при $x = 1$ равно

а) 13 б) 7 в) 19 г) 11

6. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x} - 7x^3$ при $x = -1$ равно

а) -22 б) -6 в) -12 г) 32

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 2{,}5x^2 - 10x + 1$ является число:

а) 5 б) 10 в) 4 г) 2

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = 7x^2 + 5x$; $g(x) = 3{,}5x^2 - 16x + 2$ является число: а) -1 б) -3 в) 2 г) -2

9. Корнями уравнения $f'(x) + 4 = 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 5x - 9$являются числа: а) 1; 7 б) 7; 5 в) -4; 5 г) 1; 9

10. Корнями уравнения $f'(x) - 6 = 0$, если $f(x) = 5x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + 6x$

являются числа: а) 0; $\frac{1}{2}; -\frac{9}{20}$ б) 0; 2; $-\frac{3}{4}$ в) 0; $\frac{1}{3}; -\frac{4}{5}$ г) 0; $\frac{1}{2}; -\frac{7}{9}$

4 Вариант.

1. Значение производной функции $y(x) = 8x + 9$при $x = 3$ равно

а) -1 б) 17 в) 9 г) 8

2. Значение производной функции $y(x) = 11x^4 - 13x^3 + 2x^2 - 12x + 1$при $x = 0$ равно а) -10 б) -12 в) -11 г) -9

3. Значение производной функции $y(x) = \frac{x^8}{8} - \frac{x^3}{3} + 6x^2$ при $x = 1$ равно

а) 12 б) 5 в) 6 г) 11

4. Значение производной функции $y(x) = x^2 - 4x$при $x = -\frac{1}{2}$ равно

а) 3 б) -5 в) 5 г) -3

5. Значение производной функции $y(x) = 6x^2 - 2\sqrt{x}$при $x = 1$ равно

а) 4 б) 8 в) 10 г) 11

6. Значение производной функции $y(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}$при $x = -1$ равно

а) 2 б) 5 в) -5 г) -2

7. Корнем уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = 2x^2 - 24x - 3$ является число:

а) 12 б) 4 в) 6 г) 3

8. Корнем уравнения $f'(x) = g'(x)$, если $f(x) = 7{,}5x^2 - 14x + 1$;
$g(x) = 1{,}5x^2 + 10x + 2$ является число:

а) 2 б) 3 в) 4 г) -4

9. Корнями уравнения $f'(x) - 9 = 0$, если $f(x) = \frac{8}{3}x^3 - 5x^2 + 9x$являются числа:

а) 0; 5 б) 0; 1,2 в) 0; -10 г) 0; 1,25

10. Корнями уравнения $f'(x) - 7 = 0$, если $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 13{,}5x^2 + 7x - 1$ являются числа: а) -1; 4; 5 б) 0; 3; -3 в) 0; 1; 5 г) 0; 3; 5

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 42

Тема: ***Правила и формулы дифференцирован***

- изучить правила и формулы дифференцирования

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Рассмотреть решение типичных примеров. Записать в тетрадь их решение
*Задание 2.*Решить тест по теме «Производная произведения и дроби»

Решение типичных примеров

1. Найти производную функцииу(x) = $(x^3 – 1)(x^2 + x + 1)$
Решение: $y'(x) = (x^3 – 1)'(x^2 + x + 1) + (x^3 – 1)(x^2 + x + 1)' =$
$= 3x^2(x^2 + x + 1) + (x^3 - 1)(2x + 1) =$
$=3x^4 + 3x^3 +3x^2 + 2x^4 +x^3 – 2x -1$
$= 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 – 2x -1$

2. Найти производную функции $y(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$
Решение:$y'(x) = \frac{(x^2+1)'(x^2-1)-(x^2+1)(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(x^2-1)-(x^2+1)2x}{(x^2-1)^2} =$
$= \frac{2x^3-2x-2x^3-2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$

3.Найти производную функции $y = (2x-5)(4x+8)$

Решение: $y' = (2x-5)'(4x+8)+(4x+8)'(2x-5) = 2(4x+8)+4(2x-5) = 8x+16+8x-20 = 16x-4$

4.Найти производную функции $y = \frac{2x-5}{4x+8}$

Решение: $y' = \frac{(2x-5)'(4x+8)-(4x+8)'(2x-5)}{(4x+8)^2} = \frac{2(4x+8)-4(2x-5)}{(4x+8)^2} = $ $=$
$\frac{8x+16-8x+20}{(4x+8)^2} = \frac{36}{(4x+8)^2}$

Тест по теме: «Производная произведения и частного».

Инструкция:

Прочитай внимательно задания. Для каждого из предложенных заданий выбери один правильный ответ. На отдельном листке напиши цифру – номер вопроса и одну букву, под которой находится выбранный тобой ответ.

Условия выполнения задания:

- Задание выполняется дома
- При выполнении теста вы можете пользоваться таблицей производных

Критерии оценок

- оценка «3» ставится за выполнение задания любых семи заданий теста
- оценка «4» ставится за выполнение любых девяти заданий теста
- Оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий теста

1 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) < 0$, если $f(x) = 4x – 3x^2$, образуют множество:

а) $\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$ б) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ в) $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$ г) $\left(-\infty;\frac{3}{4}\right)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \geq 0$, если $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x$, образуют множество:

а) $[-5;3]$ б) $(-\infty;3]\cup[5;+\infty)$ в) $[3;5]$ г) $(-\infty;-5]\cup[3;+\infty)$

3. Значение производной функции $y(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{x}$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) $\frac{13}{18}$ б) $\frac{15}{16}$ в) 4 г) $-\frac{3}{4}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) -2 б) 4 в) -3 г) 1

5Значение производной функции $y(x) = \sqrt[3]{x^4}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) $\frac{3}{4}$ б) $-\frac{3}{4}$ в) $-\frac{4}{3}$ г) $\frac{4}{3}$

6. Если $y(x) = (17x - 2)(18 - x^2)$, то $y'(0)$ равно

а) -36 б) 34 в) 306 г)312

7. Корень уравнения: $f'(x) - g'(x) = 0$, если $f(x) = x^2 + 4$; $g(x) = (x + 1)(4x + 3)$; равен

а) $\frac{6}{7}$ б) $-\frac{3}{4}$ в) $-\frac{5}{6}$ г) $-1\frac{1}{6}$

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ в точке $x_0 = 4$ равно

а) 14 б) -9 в) 12 г) -11

9. Корнями уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$ являются числа

а) -3; 1 б) -1; 2 в)-2;1 г) -1; 3

10. Если $y(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x^2+x+4}$ то $y'(-2)$ равно

а) $\frac{32}{35}$ б) $-\frac{11}{37}$ в) $\frac{12}{35}$ г) $-\frac{11}{12}$

2 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) > 0$, если $f(x) = 6x - 2x^2$, образуют множество:

а) $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ б) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ в) $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ г) $(-\infty;1{,}5)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \le 0$, если $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$, образуют множество:

а) $[-3;2]$ б) $(-\infty;-2]\cup[3;+\infty)$ в) $[-2;3]$ г) $(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$

3. Значение производной функции $y(x) = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x}$ в точке $x_0 = 9$ равно

а) $1\frac{2}{7}$ б) $\frac{56}{81}$ в) $\frac{5}{7}$ г) $1\frac{2}{5}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^3}$ в точке $x_0 = 1$ равно

а) 4 б) -3 в) 1 г) -2

5. Значение производной функции $y(x) = \sqrt[4]{x^5}$ в точке $x_0 = 16$ равно

а) 2,5 б) 12,5 в) 5 г) 3,5

6. Если $y(x) = (9x - 5)(3x^2 + 7)$, то $y'(0)$ равно

а) 27 б) -35 в) 63 г) -15

7. Корень уравнения $f'(x) - g'(x) = 0$, если $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = (x - 2)(3x + 4)$; равен

а) 0,1 б) -0,2 в) -0,3 г) 0,5

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) 7 б) 2 в) -3 г) 9

9. Корнями уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{x^2+24}{x+1}$ являются числа

а) -3; 1 б) -6; 4 в) -1; 3 г) -4; 6

10. Если $y(x) = \frac{2x^2-3x-1}{x^2-x-2}$, то $y'(-2)$ равно

а) $2\frac{3}{11}$ б) $1\frac{4}{9}$ в) $1\frac{5}{16}$ г) $2\frac{2}{9}$

3 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) < 0$, если $f(x) = 2x - 3x^2$, образуют множество

а) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ б) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ в) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ г) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \geq 0$, если $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$, образуют множество:

а) $(-\infty; -4] \cup [5; +\infty)$ б) $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$ в) $[-2; 3]$ г) $[-4; 5]$

3. Значение производной функции $y(x) = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x}$ в точке $x_0 = 4$ равно

а) $1\frac{13}{16}$ б) $1\frac{11}{17}$ в) $1\frac{3}{17}$ г) $1\frac{5}{16}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^4}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) 2 б) 3 в) 5 г) 4

5. Значение производной функции $y(x) = \sqrt[5]{x^6}$ в точке $x_0 = 32$ равно

а) 1,2 б) 2,5 в) 1,3 г) 2,4

6. Если $y(x) = (7x + 8)(13x^2 - 5)$, то $y'(0)$ равно

а) -40 б) -35 в) 104 г) 65

7. Корень уравнения $f'(x) + g'(x) = 0$, если $f(x) = x^2 + 5$; $g(x) = (x + 4)(3x + 4)$; равен а) -2 б) 1 в) -3 г) 2

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ в точке $x_0 = 2$ равно

а) -6 б) -7 в) -5 г) -2

9. Корнями уравнения $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{2x^2+6}{x+1}$, являются числа

а) -3; 1 б) -5; 2 в) 3; 1 г) -2; 5

10. Если $y(x) = \frac{3x^2+2x+1}{x^2+4x-3}$, то $y'(-2)$ равно

а) $\frac{60}{91}$ б) $\frac{50}{83}$ в) $\frac{30}{59}$ г) $\frac{70}{49}$

4 Вариант.

1. Все решения неравенства $f'(x) > 0$, если $f(x) = 3x - 9x^2$, образуют множество:

а) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ б) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ в) $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$ г) $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$

2. Все решения неравенства $f'(x) \leq 0$, если $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x$, образуют множество:

а) $[-1; 4]$ б) $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ в) $[-4; 1]$ г) $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$

3. Значение производной функции $y(x) = 8\sqrt{x} - \frac{3}{x}$ в точке $x_0 = 9$ равно

а) $1\frac{10}{27}$ б) $2\frac{3}{16}$ в) $1\frac{9}{17}$ г) $2\frac{2}{15}$

4. Значение производной функции $y(x) = \frac{1}{x^5}$ в точке $x_0 = -1$ равно

а) -4 б) -2 в) -3 г) -5

5. Значение производной функции $y(x) = \sqrt[6]{x^7}$ в точке $x_0 = 64$ равно

а) $\frac{6}{7}$ б) $2\frac{1}{3}$ в) $3\frac{1}{2}$ г) $1\frac{1}{7}$

6. Если $y(x) = (3x - 5)(2x^2 + 9)$, то $y'(0)$ равно

а) 6 б) -10 в) 27 г) -45

7. Корень уравнения: $f'(x) + g'(x) = 0$, если $f(x) = 2x^2 - 5$; $g(x) = (x + 2)(3x - 1)$; равен а) -0,3 б) -0,5 в) -0,1 г) -0.2

8. Значение производной функции $y(x) = \frac{5x+1}{x-2}$ в точке $x_0 = 3$ равно

а) -11 б) 13 в) 14 г) -16

9. Корнями уравнения: $y'(x) = 0$, если $y(x) = \frac{x^2-8}{x+3}$являются числа

а) -3; -1 б) -3; 1 в) -2; 3 г) -4; -2

10. Если $y(x) = \frac{2x^2+5x-1}{x^2+3x-4}$, то$y'(-2)$ равно

а) $\frac{13}{37}$ б) $\frac{14}{39}$ в) $\frac{5}{12}$ г) $\frac{7}{19}$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 43

Тема: ***Применение производной к исследованию и построению графиковфункций***

Цель

- изучить применение производной к исследованию и построению графиков функций

Оснащение занятия: учебник

<u>Критерии оценок</u>

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме

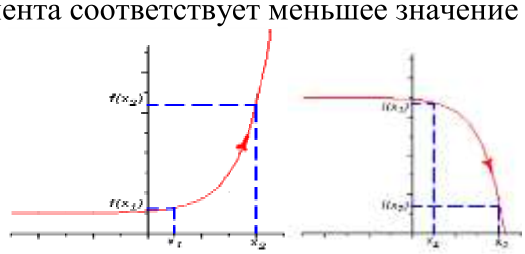
*Задание 2.*Выполнить задания.

Основные теоретические сведения

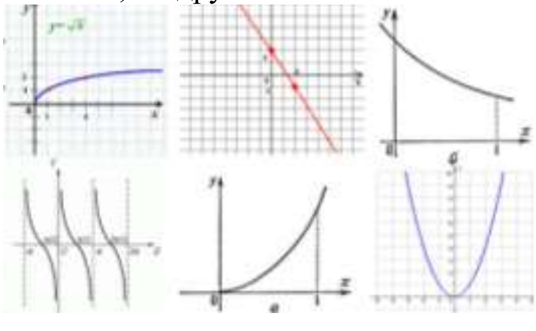
Одной из основных задач, возникающих при исследовании функции, является нахождение ***промежутков монотонности функции(промежутков возрастания и убывания)***. Такой анализ легко сделать с помощью производной.

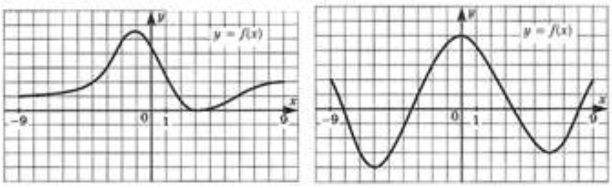
Но прежде чем приступить к исследованию функций на монотонность вспомним, какие функции называются возрастающими (убывающими).

Функция y=f(x) называется ***возрастающей*** в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и ***убывающей***, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.



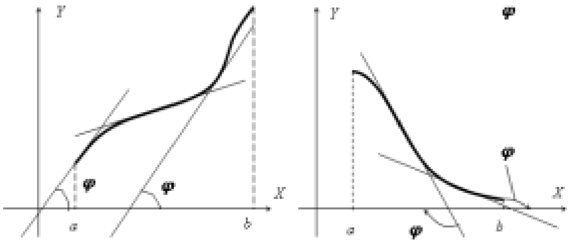
Даны 8 графиков функций. Определите, какие из них являются возрастающими, какие убывающими, или не являются ни теми, ни другими.





Необходимый признак возрастания (убывания) функции.

Теорема 1. *Если дифференцируемая функция y=f(x)* ***возрастает (убывает) в данном интервале****, то* ***производнаяэтой функции не отрицательна(не положительна) в этом интервале****.*



Обратное заключение также справедливо, оно выражается следующей теоремой.

Теорема 2. *Если производная функции y=f(x)* ***положительна (отрицательна)*** *на некотором интервале, то функция в этом интервале* ***монотонновозрастает (монотонно убывает)****.*

Сформулируем теперь правило нахождения интервалов монотонности функции f(x).

1. *Находим область определения функции f(x).*
2. *Вычисляем производную f'(x) данной функции.*
3. *Находим точки, в которых f'(x)=0 или не существует. Эти точки называются* ***критическими*** *для функции f(x).*
4. *Делим область определения функции этими точками на интервалы. Они являются* ***интервалами монотонности****.*
5. *Исследуем знак f'(x) на каждом интервале. Если* ***f'(x)›0****, то на этом интервале* ***f(x) возрастает****; если* ***f'(x)‹0****, то на таком интервале функция* ***f(x) убывает****.*

Рассмотрим теперь нахождение промежутков возрастания/убывания на конкретном примере функции.

<u>Пример №1.</u> *Найти промежутки монотонности функции $y=2x^3-3x^2-36x+5$.*

1. ***<u>Область определения</u>****: R. Функция непрерывна.*
2. ***<u>Вычисляем производную:</u>****$y'=6x^2-6x-36$.*
3. ***<u>Находим критические точки:</u>****$y'=0$.*

$$x^2-x-6=0$$
$$Д=1-4*(-6)*1=1+24=25$$
$$x_1=-2,\ x_2=3$$

4. ***<u>Делим область определения на интервалы:</u>***

5. ***Функция возрастает*** *при* ***x϶(-∞;-2]υ[3;+∞)****, функция* ***убывает*** *при* ***x϶[-2;3]****.*

<u>Пример №2.</u> *Найти промежутки монотонности функции $y=x^3-3x^2$.*

1. ***<u>Область определения</u>****: R. Функция непрерывна.*
2. ***<u>Вычисляем производную :</u>****$y'=3x^2-6x$.*
3. ***<u>Находим критические точки:</u>****$y'=0$.*

$$x^2-2x=0$$
$$x(x-2)=0$$
$$x_1=0 \text{ и } x_2=2$$

4. ***<u>Делим область определения на интервалы:</u>***

5. ***Функция возрастает** при **х**ϵ**(-∞;0]**υ**[2;+∞)**, функция **убывает** при **х**ϵ**[0;2]**.*

Но помимо монотонности функций с помощью первой производной можно ещё определить экстремумы функций (точки максимума/минимума).

Сначала введём необходимые определения и понятия.

***<u>Опр. 1.</u>** Точку $x=x_0$ называют **точкой минимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x)\geq f(x_0)}$.

***<u>Опр. 2.</u>** Точку $x=x_0$ называют **точкой максимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x)\leq f(x_0)}$.

***Теорема 3.** Если функция $y=f(x)$ имеет экстремум в точке $x=x_0$, то в этой точке **производная** функции или **равна нулю**, или **не существует**.*

Например, функция $f(x)=x^5$ имеет производную $f'(x)=5x^4$, которая обращается в нуль в точке $x_0=0$. Однако экстремума в этой точке функция не имеет (происходит изменение кривизны).

Поэтому вводят ещё достаточный признак существования экстремумов функции.

***Теорема 4.** Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет знак, то точка x_0 является точкой экстремума функции $f(x)$.*

*Если производная меняет знак с **+ на –**, то точка будет являться **точкой максимума**, если с **– на +**, то точка будет **точкой минимума**.*

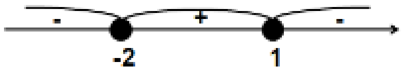
Рассмотрим теперь на примерах исследование функции на монотонность и экстремумы.

<u>Пример №3.</u> Найти экстремумы функции $y=-2x^3-3x^2+12x-4$.

1. ***<u>Область определения</u>**: R. Функция непрерывна.*
2. ***<u>Вычисляем производную :</u>** $y'=-6x^2-6x+12$.*
3. ***<u>Находим критические точки:</u>** $y'=0$.*

$$x^2+x-2=0$$
$$D=1-4*1*(-2)=1+8=9$$
$$x_1=-2 \text{ и } x_2=1$$

4. ***<u>Делим область определения на интервалы:</u>***



5. ***Функция возрастает** при **х**ϵ**(-∞;-2]**υ**[1;+∞)**, функция **убывает** при **х**ϵ**[-2;1]**.*
6. *Видно, что в точке $x=-2$ знак производной меняется с минуса на плюс. Поэтому критическая точка **x=-2 – точка минимума**. Найдём минимум функции $\boldsymbol{y_{min}=-24}$. В точке $x=1$ знак меняется с плюса на минус. Поэтому критическая точка **x=1 – точка максимума**. Найдём максимум функции: $\boldsymbol{y_{max}=3}$.*

Общая схема для построения графика функции

1. Найти область определения функции D(f)
2. Выяснить, не является ли функция чётной или нечётной, периодической. Функция является чётной, если для любого х из области определения функции выполняется равенство f(-x) = f(x). График чётной функции симметричен относительно оси ординат.

Функция является нечётной, если для любого х из области определения функции выполняется равенство f(-x) =- f(x). График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Функция называется периодической, если существует такое число Р, что для любого х из области определения функции выполняется равенство:

f(x-P) = f(x) = f(x+P).

3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.

x=0. y=… y=0. x=…

4. Найти асимптоты графика функции.

Асимптотой называется прямая, к которой неограниченно приближается точка графика функции при неограниченном удалении от начала координат. График функции имеет вертикальную асимптоту при x→ a, если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$. График функции имеет горизонтальную асимптоту, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ = b.

График функции имеет наклонную асимптоту y = kx +b, если существуют такие числа k и b, что выполняются равенства: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}$ = k $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) - x$ = b

5. Найти промежутки монотонности и её экстремумы. Вычислить значения функции в точках экстремума.
6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба. Выпуклость вниз или вверх графика функции характеризуется знаком её второй производной: если в некотором промежуткеf''(x)>0, то график функции выпуклый вниз в этом промежутке; если же f''(x)<0, то график функции выпуклый вверх. Точка графика функции, разделяющая промежутки выпуклости разных направлений этого графика, называется точкой перегиба.
7. Построить график, используя полученные результаты исследования.

Пример 1

Исследовать функцию и по результатам исследования построить график.

$$f(x)=x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$$

Решение:

1) Функция определена и непрерывна на всей числовой прямой: $D(f)=\Re$.

Проверим функцию на чётность/нечётность:

$$f(-x)=(-x)^3-\frac{5}{2}\cdot(-x)^2-2\cdot(-x)+\frac{3}{2}=-x^3-\frac{5}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}$$

$f(-x)\neq f(x),\ f(-x)\neq -f(x)$, значит, данная функция не является чётной или нечётной.

Очевидно, что функция непериодическая.

2) Асимптоты, поведение функции на бесконечности.

Так как функция непрерывна на , то вертикальные асимптоты отсутствуют.

$$k=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\left(x^2-\frac{5}{2}x-2+\frac{3}{2x}^{\to 0}\right)=+\infty$$

Нет и наклонных асимптот.

3) Нули функции и интервалы знакопостоянства.

Сначала найдём точку пересечения графика с осью ординат. Это просто. Необходимо вычислить значение функции при $x=0$:

$$y=f(0)=0^3-\frac{5}{2}\cdot 0^2-2\cdot 0+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$$

Чтобы найти точки пересечения с осью OX (нули функции) требуется решить уравнение $f(x)=0$, или $x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}=0$

Проверим числа $x=1,\ x=-1$:

$f(1)=1^3-\frac{5}{2}\cdot 1^2-2\cdot 1+\frac{3}{2}=1-\frac{5}{2}-2+\frac{3}{2}=-2\neq 0$ – не подходит;

$f(-1)=(-1)^3-\frac{5}{2}\cdot(-1)^2-2\cdot(-1)+\frac{3}{2}=-1-\frac{5}{2}+2+\frac{3}{2}=0$ – подходит!

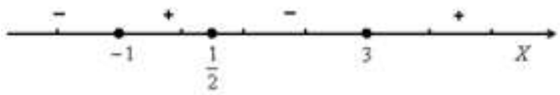
Однако у нас есть красивый корень $x=-1$, поэтому делим многочлен $x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$ на $(x+1)$ без остатка:

В итоге левая часть исходного уравнения $x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}=0$ раскладывается в произведение:

$$(x+1)\cdot\left(x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}\right)=0$$

Уравнение $x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}=0$ имеет два действительных корня $x=\frac{1}{2},\ x=3$.

На числовой прямой отложим найденные значения $x=-1,\ x=\frac{1}{2},\ x=3$ и **методом интервалов** определим знаки функции:

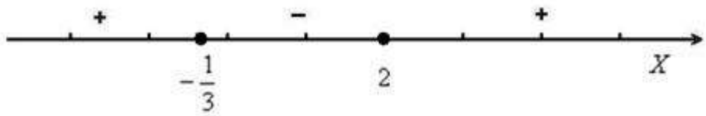


Таким образом, на интервалах $(-\infty;-1), \left(\frac{1}{2};3\right)$ график расположен ниже оси абсцисс $(f(x)<0)$, а на интервалах $\left(-1;\frac{1}{2}\right), (3;+\infty)$ – выше данной оси $(f(x)>0)$.

4) Возрастание, убывание и экстремумы функции.

Найдём критические точки: $f'(x)=\left(x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}\right)'=3x^2-5x-2=0$

Данное уравнение имеет два действительных корня $x=-\frac{1}{3}, x=2$. Отложим их на числовой прямой и определим знаки производной:



Следовательно, функция возрастает на $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(2;+\infty)$ и убывает на $\left(-\frac{1}{3};2\right)$. В точке $x=-\frac{1}{3}$ функция достигает максимума: $f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{27}-\frac{5}{18}+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=\frac{50}{27}\approx 1{,}85$.

В точке $x=2$ функция достигает минимума: $f(2)=8-10-4+\frac{3}{2}=-\frac{9}{2}=-4\frac{1}{2}$.

Установленные факты загоняют наш шаблон в довольно жёсткие рамки:

5) Выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Найдём критические точки второй производной:

$f''(x)=(3x^2-5x-2)'=6x-5=0$

$x=\frac{5}{6}$

Определим знаки $f''(x)$:

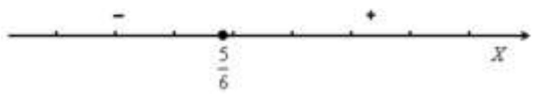
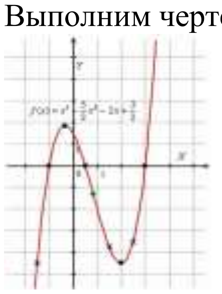


График функции является выпуклым на $\left(-\infty;\frac{5}{6}\right)$ и вогнутым на $\left(\frac{5}{6};+\infty\right)$. Вычислим ординату точки перегиба: $f\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{125}{216}-\frac{125}{72}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=-\frac{143}{108}\approx -1{,}32$.

Выполним чертёж:



Примеры для самостоятельного решения:

<u>Пример 1</u>

Исследовать функцию и построить график.

$f(x)=x^3-\frac{x^4}{4}$

<u>Пример 2</u>

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и на основании результатов исследования построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^3+4}{x^2}$$

Пример 3

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 44

Тема: ***Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке***

Цель

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. стр.191-192.

*Задание 2.*Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.242 № 9.45 А; Б; В

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 45

Тема: ***Решение задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции***

Цель

- научиться с помощью производной находить наибольшее и наименьшее значения функций

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1 .Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.252 № 9.68 ; 9.69; 9.70

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 46

Тема: ***Первообразная. Основное свойство первообразной.***

Цель

- ознакомиться с понятием первообразной, с основным свойством первообразной

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. Стр. 195-196

Задание 1 .Выполнить задания. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Задачник стр.253 № 10.1 А; Б; № 10.2 А; Б;

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 47

Тема: ***Интеграл. Формула Ньютона- Лейбница.***

Цель

- ознакомиться с понятием интеграла и его вычислением по формуле Ньютона-Лейбница

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом. В тетрадь для практических работ выписать формулы и решенные примеры

Задание 1 .Выполнить задания по вычислению интегралов

Основные теоретические сведения:

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на замкнутом интервале [a,**]**. ***Определенный интеграл*** от функции $f(x)$ в пределах от a до b вводится как предел суммы бесконечно большого числа слагаемых, каждое из которых стремится к нулю:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \max\Delta_i x\to 0}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta_i x,$$

где

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta_i x = f(x_1)\Delta_1 x + f(x_2)\Delta_2 x + \ldots + f(x_k)\Delta_k x + \ldots + f(x_n)\Delta_n x.$$

Свойства определенного интеграла

Ниже предполагается, что $f(x)$ и $g(x)$ - непрерывные функции на замкнутом интервале [a, b].

1. $\int_a^b 1\,dx = b - a$
2. $\int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$, где k - константа;
3. $\int_a^b (f(x) + g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$

4. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, где $a < c < b$;

5. Если $0 \le f(x) \le g(x)$ для всех $x \in [a,b]$, то $0 \le \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$.

6. $\int_a^a f(x)dx = 0$

7. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

8. Если $f(x) \ge 0$ в интервале $[a, b]$, то $\int_a^b f(x)dx \ge 0$.

Основные формулы интегрирования.

1. $\int x^{\alpha} dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C; \alpha \ne -1$

2. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

3. $\int \cos x dx = \sin x + C$

4. $\int \dfrac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$

5. $\int \dfrac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$

Формула Ньютона-Лейбница

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на замкнутом интервале $[a, b]$. Если $F(x)$ - *первообразная* функции $f(x)$ на$[a, b]$, то

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Пример 1

Вычислить интеграл $\int_0^2 (x^3 - x^2)dx$.

Решение.

Применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем

$$\int_0^2 (x^3 - x^2)dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2 = \left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3}\right) - 0 = \frac{4}{3}.$$

Пример 2

Вычислить интеграл $\int_0^1 (\sqrt[3]{t} - \sqrt{t})dt$.

$$\int_0^1 (\sqrt[3]{t} - \sqrt{t})dt = \int_0^1 \left(t^{1/3} - t^{1/2}\right)dt = \left(\frac{t^{1/3+1}}{1/3+1} - \frac{t^{1/2+1}}{1/2+1}\right)\Bigg|_0^1 = \left(\frac{3t^{4/3}}{4} - \frac{2t^{3/2}}{3}\right)\Bigg|_0^1 = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) - 0 = \frac{1}{12}.$$

Решение.

Примеры для самостоятельного решения:

1. $\int_{-1}^{2} (2x - 5)dx$

2. $\int_{-2}^{1} (3x^2 - 4x + 1)dx$

3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(2\cos x - \sin x)dx$

4. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3dx}{\cos^2 x}$

5. $\int_0^4 \sqrt{2x+1}\,dx$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 48

Тема: *Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей*

Цель

- рассмотреть применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

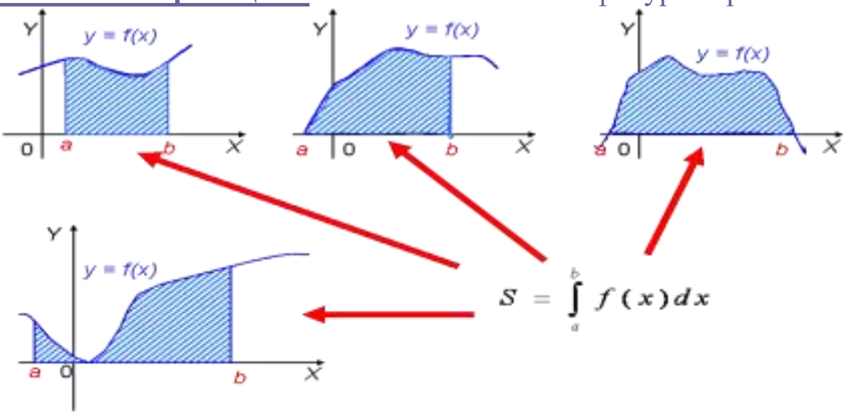
Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом. В тетрадь для практических работ выписать формулы и решенные примеры

Задание 2 .Выполнить задания по вычислению площадей плоских фигур

Основные теоретические сведения:

Криволинейной трапецией называется плоская фигура ограниченная линиями *x = a, x = b, y = 0, y*



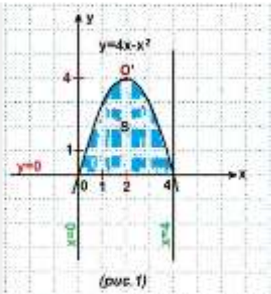
= f(x).

Примеры криволинейных трапеций

Примеры

Площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции **y=f (x)**, снизу — осью Ox, слева и справа прямыми **x=a**, **x=b**, находят по формуле Ньютона-Лейбница

$$S=\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a). \qquad \textbf{(ф. Н-Л)}$$



(рис. 1)

Пример 1. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями: **$y=4x-x^2$;$y=0$; $x=0$; $x=4$**.

Решение. Строим графики данных линий. (*рис. 1*).

1) **$y=4x-x^2$** — парабола (вида $y=ax^2+bx+c$). Запишем данное уравнение в общем виде:**$y=-x^2+4x$**. Ветви этой параболы направлены вниз, так как первый коэффициент $a=-1<0$.

Вершина параболы находится в точке **$O'(m;\ n)$**, где

$$m=-\frac{b}{2a}=-\frac{4}{2\cdot(-1)}=2;\quad n=y(m)=4\cdot2-2^2=4.$$

$O'(2;\ 4)$. Нули функции (точки пересечения графика с осью Ох) найдем из уравнения: $4x-x^2=0$.

Выносим **x** за скобки, получаем: $x(4-x)=0$. Отсюда, **$x=0$** или **$x=4$**. Абсциссы точек найдены, ордината равна нулю — искомые точки: **(0; 0)** и **(4; 0)**.

2) **$y=0$** — это ось Ох; 3) **$x=0$** — это ось Оу; 4) **$x=4$** — прямая, параллельная оси Оу и отстоящая от нее на 4 единичных отрезка вправо.

Площадь построенной криволинейной трапеции находим по **(ф. Н-Л).** У нас **$f(x)=4x-x^2$, $a=0$, $b=4$.**

$$S=\int_0^4(4x-x^2)dx=\left(4\cdot\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4=\left(2x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4=2\cdot4^2-\frac{4^3}{3}=$$

$$=32-\frac{64}{3}=32-21\frac{1}{3}=10\frac{2}{3}\text{ (кв. ед.)}$$

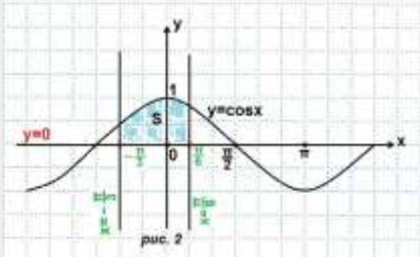
Ответ: $S=10\frac{2}{3}$ (кв. ед.)

Кстати, если Вы подсчитаете все целые заштрихованные клетки и добавите к ним половину всех остальных клеток заштрихованной фигуры, то получите приближенное значение искомой площади. Действительно, если единичный отрезок равен одной клетке, то площадь квадратика со стороной, равной 1 клетке, равна $1\cdot1=1$ (кв. ед.). Сколько квадратиков — столько квадратных единиц и составляет площадь фигуры.

Пример 2. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

$$y=\cos x;\ y=0;\ x=-\frac{\pi}{3};\ x=\frac{\pi}{6}.$$

Решение. Строим графики данных линий. (*рис. 2*).



Площадь данной криволинейной трапеции:

$$S = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \text{(кв. ед.)}$$

Ответ: $S = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (кв. ед.)

Примеры для самостоятельного решения:
Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями (предварительно сделав рисунок):

1) $y=-2x, y=0$ и $x=3$; 2) $y=4x-x^2, y=0$ и $x=5$; 3) $y=1-x$ и $y=3-2x-x^2$; 4) $y=\frac{6}{x}$ и $y+x=7$; 5) $y=x^2-4x+6, y=2$ и $x=4$; 6) $y=x^2$, $y=\frac{1}{x^2}$, $y=0$, $x=2$, $x\geqslant 0$; 7) $y=-e^x$, $x=0$, $x=\ln 0{,}5$, $y=0$; 8) $y=\sin x$, $y=2\sin x$, $x=\frac{5\pi}{4}$, $x=0$; 9) $y=\sqrt{x}$, $y=|x-2|$; 10) $y=x^2$, при $x\geqslant 0$, $y=1$, $y=4$, $x=0$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 49

Тема: ***Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей***

Цель
- рассмотреть применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок
оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы
оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы
оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Выполнить задания по вычислению первообразной и её применение для вычисления площадей плоских фигур

Задание 1. Найдите все первообразные для функции f(x)

а) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

б) $f(x) = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{\cos^2 x}$

в) $f(x) = (4 - 3x)^7$

Задание 2. Найдите первообразную для заданной функции f(x), график которой проходит через точку М:

а) $f(x) = 6x - 7$; M(-2; 11)

б) $f(x) = 2\sin x$; M(0; 2)

в) $f(x) = \frac{1}{x^2}$; M(3; 1)

Задание 3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 + 3x$ и $y = 0$

б) $y = 6x - x^2$ и $y = x + 4$

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 50

Тема: ***Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей*.**

Цель

- рассмотреть классическое определение вероятности и свойства

Оснащение занятия: лекция

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Ознакомиться с теоретическим материалом

Задание 2 .Выполнить задания по вычислению вероятности.

Основные теоретические сведения:

Если монету, например рубль, подбросить вверх и позволить ей упасть на пол, то возможны только два исхода: «монета упала гербом вверх» и «монета упала решкой вверх». Случай, когда монета падает на ребро, подкатывается к стене и упирается в нее, бывает очень редко и обычно не рассматривается.

Издавна в России играли в «орлянку» – подбрасывали монету, если надо было решить спорную проблему, у которой не было очевидно справедливого решения, или разыгрывали какой-нибудь приз. В этих ситуациях прибегали к случаю: одни загадывали выпадение «орла», другие – «решки».

К подбрасыванию монеты иногда прибегают даже при решении весьма важных вопросов. Например, полуфинальный матч на первенство Европы в 1968 году между командами СССР и Италии закончился вничью. Не выявился победитель ни в дополнительное время, ни в серии пенальти. Тогда было решено, что победителя определит его величество случай. Бросили монету. Случай был благосклонен к итальянцам.

В повседневной жизни, в практической и научной деятельности мы часто наблюдаем те или иные явления, проводим определенные эксперименты.

Событие, которое может произойти, а может не произойти в процессе наблюдения или эксперимента, называют *случайным событием*.

Закономерности случайных событий изучает специальный раздел математики, который называется *теорией вероятностей*.

Опыт 1: Петя 3 раза подбросил монету вверх. И все 3 раза выпал «орел» – монета упала гербом вверх. Догадайтесь, возможно ли это?

Ответ: Возможно. «Орел» и «решка» выпадают совершенно случайно.

Опыт 2: Подбросить монету в 1 рубль 50 раз и подсчитать, сколько раз выпадет орел. Записать результаты в тетради.

В XVIII веке французский ученый, почетный член петербургской академии наук Бюффон для проверки правильности подсчета вероятности выпадения «орла» подкинул монету 4040 раз. «Орел» у него выпал 2048 раз.

В XIX веке английский ученый Пирсон подкинул монету 24 000 раз. «Орел» у него выпал 12 012 раз.

Подставим в формулу $\frac{m}{N}$, позволяющую подсчитать статистическую частоту появления интересующего нас результата, m = 12 012, N = 24 000. Получим $\frac{12012}{24000}$ = 0,5005.

Рассмотрим пример подбрасывания игрального кубика. Будем считать, что этот кубик имеет правильную форму и сделан из однородного материала и поэтому при его бросании шансы выпадения на его верхней грани любого числа очков от 1 до 6 одинаковы. Говорят, что существует шесть *равновозможных исходов* этого испытания: выпадение очков 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

Вероятность того или иного события проще всего подсчитать, если все n возможных исходов «одинаковы» (ни один из них не имеет преимуществ перед остальными). В этом случае

вероятность P вычисляется по формуле $P = \frac{1}{n}$, где n – число возможных исходов.
В примере подбрасывании монеты есть лишь два исхода («орел» и «решка»), т.е. $n = 2$.

Вероятность P выпадения «орла» равна $\frac{1}{2}$.

Опыт 4: Какова вероятность того, что при бросании игральной кости выпадет:
а) 1 очко; б) более 3 очков.

Ответ: а) $\frac{1}{6}$, б) $\frac{1}{2}$.

***Определение*:** Если событие при рассматриваемых условиях происходит всегда, то оно называется *достоверным*. Вероятность появления достоверного события равна 1.

Есть события, которые при рассматриваемых условиях не происходят никогда. Например, Буратино по совету лисы Алисы и кота Базилио решил зарыть свои золотые монеты на поле Чудес, чтобы из них появилось денежное дерево. Какой будет вероятность того, что их посаженных монет вырастет дерево? Вероятность вырастания денежного дерева из монет, «посаженных» Буратино, равна 0.

Определение: Если событие при рассматриваемых условиях не происходит никогда, то оно называется ***невозможным.*** Вероятность невозможного события равна 0.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1.

1. Сколькими способами могут разместиться 5 человек в салоне автобуса на 5 свободных местах?
2. Сколько трехзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из цифр 1, 2, 5, 7, 9?
3. Победителю конкурса книголюбов разрешается выбрать две книги из 10 различных книг. Сколькими способами он может осуществить этот выбор?
4. В доме 90 квартир, которые распределяются по жребию. Какова вероятность того, что жильцу не достанется квартира на первом этаже, если таких квартир 6?
5. Из 8 мальчиков и 5 девочек надо выделить для работы на пришкольном участке 3 мальчиков и 2 девочек. Сколькими способами это можно сделать?
6. На четырех карточках записаны цифры 1, 3, 5, 7. Карточки перевернули и перемешали. Затем наугад последовательно положили эти карточки в ряд одну за другой и открыли. Какова вероятность того, что в результате получится число 3157?

Вариант 2.

1. Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 5, 7, 9 без повторений цифр?
2. Из 8 учащихся класса, успешно выступивших на школьной олимпиаде, надо выбрать двух для участия в городской олимпиаде. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
3. Из 15 туристов надо выбрать дежурного и его помощника. Какими способами это можно сделать?
4. Из 30 книг, стоящих на полке, 5 учебников, а остальные художественные произведения. Наугад берут с полки одну книгу. Какова вероятность того, что она не окажется учебником?
5. Из 9 книг и 6 журналов надо выбрать 2 книги и 3 журнала. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
6. На пяти карточках написаны буквы а, в, и, л, с. Карточки перевернули и перемешали. Затем наугад последовательно положили эти карточки в ряд одну за другой и открыли. Какова вероятность того, что в результате получится слово «слива»?

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 51

Тема: *Вычисление вероятностей. Прикладные задачи*

Цель

- рассмотреть решение задач на вычисление вероятностей

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Учебник. Н. В. Богомолов. Практические занятия по математике. стр. 267

Решить задачи № 61-70.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 52

Тема *Представление числовых данных. Прикладные задачи*

Цель

- рассмотреть каким образом можно представлять числовые данные

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. Учебник. В. Н. Калинина Математическая статистика: учебник для студентов средних специальных учебных учреждений. стр. 64-67

Задание 2. Решить задачи Н. В. Богомолов. Практические занятия по математике. стр.264 № 45-53

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 53

Тема *Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.*

Цель

- рассмотреть понятие равносильности уравнений и методы преобразования уравнений.

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. стр. 228 -230. Записать в тетрадь рассмотренные примеры.

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить упражнения на стр.231 № 1-7

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 54

Тема: ***Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений.***

Цель

- рассмотреть основные приемы решения уравнений

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. стр. 230 -235. Записать в тетрадь рассмотренные примеры.

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить упражнения на стр.235 № 1-8

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 55

Тема: ***Решение систем уравнений***

Цель

- рассмотреть основные приемы решения систем уравнений

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. стр. 235 -240. Записать в тетрадь рассмотренные примеры.

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить упражнения на стр.240 № 1-6

Задание 3. Решить системы уравнений А. Н. Колмогоров. Алгебра и начала анализа. Стр.223 №471

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 56

Тема: ***Решение неравенств***

Цель

- рассмотреть основные приемы решения неравенств

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

*Задание 1.*Ознакомиться с теоретическим материалом по теме. М. И. Башмаков. Учебное пособие Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. стр. 240 -244. Записать в тетрадь рассмотренные примеры.

Задание 2. Ответить на вопросы и выполнить упражнения на стр.244 № 1-6

Задание 3. Решить неравенства А. Н. Колмогоров. Алгебра и начала анализа. Стр.227 №176

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

-

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 57

Тема: *Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств*

Цель

- рассмотреть возможности использования свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств

Оснащение занятия: учебник

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить уравнения и неравенства двумя способами – аналитически и графически А. Н. Колмогоров. Алгебра и начала анализа.

стр. 283 № 142; стр. 277 № 89; 90

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ

Работу сдать после занятия

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 58

Тема: *Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений*

Цель

- рассмотреть математические методы для решения предложенных заданий

Оснащение занятия: учебники, справочники

Критерии оценок

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за верное выполнение 80% - 90% работы

оценка «3» ставится за верное выполнение 70%-80% работы

Порядок выполнения работы

Задание 1. Решить задания:

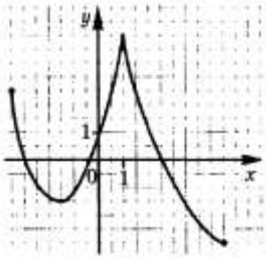
Вариант экзаменационного задания
по курсу «Математика»

1. Решите неравенство $\frac{(x+11)(2x-5)}{3x} \leqslant 0$.

2. Решите уравнение $10 \cdot 5^{x-1} + 5^{x+1} = 7$.

3. Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$.

4. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком.



Укажите:

а) область определения функции;

б) при каких значениях x

$$f(x) \leqslant 0;$$

в) точки экстремума функции;

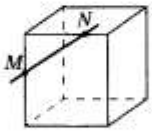
г) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

д) наибольшее и наименьшее значения функции.

5. Найдите при $x = -\frac{\pi}{4}$ значение производной функции

$$f(x) = \operatorname{tg} x - 2\sin x.$$

6. Точки M и N расположены на ребрах куба. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая MN пересекает прямые, содержащие другие ребра куба.



7. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см вокруг большего катета.

8. Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 12 см, а боковое ребро — 13 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

9. Найдите абсциссы общих точек графиков функции $y = \sin x$ и $y = \sin 2x$.

10. Выясните, является ли прямая $y = x + 1$ касательной к графику функции $y = e^x$.

Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:

Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ.

Работу сдать после занятия

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2019
2. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2018
3. *Башмаков М.И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2018
4. Электронный учеб.- метод. комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2019
5. *Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М.,2020